Resúmenes de las comunicaciones orales

13 Dinamica no lineal en la formación de atmósferas planetarias

Autor: José Gaite Cuesta

Afiliación: Centro de Astrobiología,
Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial,
Ctra. de Torrejón a Ajalvir,
28850 Torrejón de Ardoz, Madrid, Spain

E-mail: gaite@laeff.esa.es

WWW: http://www.cab.inta.es/Personal2/gaitecj.htm

Se estudia el proceso de acrecimiento de gas sobre una bola debido a su gravedad, como modelo de la formación de una atmósfera sobre un planeta a partir de la nebulosa original. Dado que la situación inicial (la bola en el gas homogéneo) es esféricamente simétrica, el proceso viene descrito por las ecuaciones de la dinámica de fluidos (ecuaciones de Euler y ecuación de la energía) en una dimensión (la distancia radial). Estas ecuaciones tienen solución exacta, válida hasta que aparece una onda de choque. Después surge un gran número de ondas de choque, dando lugar a un estado turbulento. Sin embargo, para tiempos largos (comparados con el periodo de un satélite alrededor del planeta), existen soluciones asintóticas intermedias. Finalmente, la solución intermedia se disipa debido a la turbulencia, con lo que el gas se deposita sobre la superficie del planeta, dando lugar a una atmósfera estacionaria. Las características de esta atmósfera, según los distintos valores de los parámetros, se comparan con las de las atmósferas actuales de los planetas del Sistema Solar.

14 Emisión multimodo longitudinal en láseres con cavidad en anillo

Autor: Eugenio Roldán Serrano

Afiliación: Universidad de Valencia, Departamento de Optica,
c/Dr. Moliner 50, Burjassot, 46100

E-mail: eugenio.roldan@uv.es

Colaboradores: Germán J. de Valcárcel Gonzalvo (U. Valencia), Franco Prati (U. degli Studi dell'Insubria, Italia)

La emisión multimodo longitudinal en láseres con cavidad en anillo es un problema básico de la física del láser cuya resolución, además de poseer un interés fundamental, puede ser relevante para aplicaciones tales como la sincronización modal (*mode-locking*).

Un láser con cavidad en anillo puede emitir en varios modos longitudinales a través de dos mecanismos físicos: (i) cuando el medio tiene ensanchamiento inhomogéneo, cada modo longitudinal puede interaccionar con un conjunto diferente de átomos lo que proporciona una fuente de ganancia diferente, básicamente, para cada modo (mecanismo conocido como *spectral hole burning*); y (ii) cuando el medio tiene ensanchamiento homogéneo, y por tanto todos los modos del campo interaccionan con los mismos átomos, la emisión multimodo es aún posible debido al desdoblamiento ac-Stark provocado por el campo láser en la transición atómica, desdoblamiento que puede provocar la aparición de bandas laterales de ganancia si el campo es lo suficientemente intenso.

El mecanismo de *spectral hole burning* es conocido desde la invención misma del láser y permite entender la emisión multimodo longitudinal en la mayor parte de las situaciones usuales. El segundo mecanismo es conocido desde que fuera predicho, de forma independiente, por Risken y Nummedal y por Graham y Haken en 1968 (inestabilidad RNGH en lo que sigue). Sin embargo la inestabilidad RNGH suele ser considerada como un mecanismo puramente académico, ya que los requisitos para que sea observable han sido considerados, tradicionalmente, como irrealizables.

La situación cambió cuando en 1997, Pessina et al. [1] propusieron que la emisión multimodo observada en láseres de fibra óptica dopada con erbio pudiera ser una manifestación de la inestabilidad RNGH. Dicha sugerencia era, no obstante, problemática y a lo largo de los últimos años, nuestro grupo ha contribuido significativamente al esclarecimiento del origen de la emisión multimodo en los láseres de fibra dopada con erbio y, en general, al problema de la emisión multimodo de láseres con cavidad en anillo. En particular: (i) hemos explicado la no observación del umbral de inestabilidad en; (ii) hemos obtenido resultados analíticos para la inestabilidad RNGH en láseres de clase B; (iii) hemos desarrollado una teoría general de la inestabilidad RNGH para láseres de tres y cuatro niveles; (iv) hemos analizado la influencia de efectos transversales sobre la inestabilidad; (v) hemos analizado la inestabilidad RNGH con ensanchamiento inhomogéneo, tanto en el límite de campo uniforme como en el caso de baja reflectividad de los espejos; y (vii) hemos deducido un modelo de ecuaciones de balance generalizadas en el caso de ensanchamiento homogéneo que permite reducir los problemas de integración numérica de las ecuaciones originales [2,3].

Por otra parte, el Dr. Fedor Mitschke (Universidad de Rostock, Alemania) está llevando a cabo experimentos cuidadosos con un láser de fibra dopada con erbio (resultados preliminares se encuentran en [4]). Estas medidas permitirán una compresión cabal de los mecanismos de emisión multimodo en este importante tipo de láser.

[1] E. M. Pessina, G. Bonfrate, F. Fontana, and L. A. Lugiato, Phys. Rev. A **56**, 4086 (1997).
[2] E. Roldán, G.J. de Valcárcel, F. Silva, y F. Prati, J. Opt. Soc. Am. B **18**, 1601 (2001).
[3] E. Roldán y G.J. de Valcárcel, Phys. Rev. A **64**, 053805 (2001) y referencias citadas.
[4] T. Voigt, M. O. Lenz, and F. Mitschke, Proc. SPIE **4429**, 112 (2001).

15 Efectos no-normales en el problema de Taylor-Couette

Autor: Álvaro Meseguer Serrano

Afiliación: Oxford University Computing Laboratory
(Numerical Analysis Group)
Wolfson Building, Parks Road,
Oxford OX1 3QD, England

E-mail: Alvaro.Meseguer@comlab.ox.ac.uk

WWW: http://web.comlab.ox.ac.uk/oucl/work/alvaro.meseguer/

En este trabajo se estudiará el crecimiento transitorio de perturbaciones en el flujo de Taylor-Couette. Dicho crecimiento es debido a la no-normalidad del operador de Navier-Stokes (no-ortogonalidad de sus funciones propias) linealizado en un entorno del flujo básico circular de Couette. Se analizará la correlación existente entre la transición subcrítica a regimen turbulento que se observa experimentalmente y el factor de amplificación maxima de las perturbaciones, obtenido mediante un análisis no-modal de las ecuaciones linealizadas. Dicho análisis se realizará para perturbaciones axisimétricas y no-axisimétricas, así como para perturbaciones dependientes de la dirección axial. Tambien se estudiará el mecanismo de crecimiento de estructuras toroidales y como dichas estructuras modulan el flujo básico de Couette para tiempos cortos, provocando la aparición de puntos silla en la fase no-viscosa, lo cual daría lugar a una inestabilidad tipo Kelvin-Helmholtz. Para ello se calculará la evolución temporal de las perturbaciones dictada por la exponenciación del operador lineal. Finalmente, se concluye que dichas perturbaciones axisimétricas no son las optimas, siendo estas últimas estructuras espirales, que son las que se observan experimentalmente en la transición subcrítica.

16 Bifurcación de codimensión dos en convección por calentamiento lateral

Autor: Henar Herrero Sanz

Afiliación: Universidad de Castilla-La Mancha Facultad de Ciencias Químicas, c/Camilo Jose Cela, 10, Ciudad Real, 13071

E-mail: Henar.Herrero@uclm.es

WWW: http://matematicas.uclm.es/qui-cr

Colaboradores: Sergio Hoyas Calvo(U. Castilla-La Mancha) y Ana M. Mancho Sánchez (U. Bristol)

En este trabajo se estudian diversas condiciones físicas en las que, en un fluido en convección calentado lateralmente, aparecen diversas bifurcaciones de codimensión dos. El fluido se encuentra en una celda formada por dos cilindros concéntricos, de radios a y $a+\delta$ respectivamente, y se calienta desde abajo con un perfil lineal en la temperatura. Se plantea un problema de tipo Bénard-Marangoni con intercambio de calor con la atmósfera y paredes laterales aislantes. Se formula con las variables primitivas:

$$
\begin{aligned}
&\nabla \cdot u = 0,\\
&\partial_t \Theta + u \cdot \nabla \Theta = \nabla^2 \Theta,\\
&\partial_t u + (u \cdot \nabla)\, u = Pr \left(-\nabla p + \nabla^2 u + \frac{R\rho}{\alpha \rho_0 \Delta T} e_z \right),\\
&u_z = \partial_z u_r + M \partial_r \Theta = \partial_z u_\phi + \frac{M}{r} \partial_\phi \Theta = 0, \;\; \partial_z \Theta = -B\Theta, \;\; \text{on} \;\; z = 1,\\
&u_r = u_\phi = u_z = 0, \;\; \Theta = \left(-\frac{r}{\delta^*} + \frac{a}{\delta} \right) \frac{\Delta T_h}{\Delta T} + 1, \;\; \text{on} \;\; z = 0,\\
&u_r = u_\phi = u_z = 0, \;\; \partial_r \Theta = 0, \;\; \text{on} \;\; r = a^*, \;\; r = a^* + \delta^*.
\end{aligned}
$$

Para la presión se utilizan unas condiciones de contorno adecuadas, en particular la ecuación de continuidad en $z = 1$ y la componente normal de las ecuaciones de Navier-Stokes en $r = a^*$, $r = a^* + \delta^*$ y $z = 0$ [1]. En las ecuaciones anteriores, que están expresadas en coordenadas cilíndricas, u es la velocidad, Θ la temperatura y p la presión. e_z es el vector unidad en la dirección z ρ es la densidad, α es el coeficiente de dilatación térmica y ρ_0 es la densidad media. Además se ha usado $\Delta T = T_{\max} - T_0$ y $\Delta T_h = T_{\max} - T_{\min}$ donde $T_{\max}$ es la temperatura en el cilindro interior caliente, $T_{\min}$ la del cilindro exterior y T_0 la temperatura ambiente. Por último $a^* = a/d$, $\delta^* = \delta/d$. En estas ecuaciones además aparecen los números adimensionales Pr: Prandtl, R: Rayleigh, B: Biot y M: Marangoni.

Se calcula el estado básico y su estabilidad mediante un método de colocación con desarrollos en polinomios de Chebyshev. Los resultados del análisis de estabilidad lineal demuestran la existencia de dos tipos de bifurcaciones: estacionaria hacia rollos radiales y oscilatoria hacia ondas hidrotermales. También se prueba la existencia de varios puntos de codimensión dos: rollos radiales con diferentes números de onda y rollos radiales junto con ondas hidrotermales. Por ejemplo, para $\Delta T_h = 6^o$C y $B = 0.9$ el estado básico bifurca a rollos radiales con número de onda crítico $\mathrm{m}_c = 15$ y $\Delta T_c = 6.70^o$C; para $B = 0.8$ la bifurcación es hacia rollos radiales con $\mathrm{m}_c = 19$ y $\Delta T_c = 7.14^o$C. Una bifurcación de codimensión dos se observa para $B = 0.83$ donde los dos modos desestabilizan para el mismo valor de $\Delta T_c = 6.99^o$C y se produce una competición entre ambas estructuras. Una bifurcación simultánea a rollos radiales y ondas hidrotermales se observa, por ejemplo, para $\Delta T_h = 1^o$C y $B = 0.33$.

El único parámetro de control que se menciona en las referencias [2-5] es ΔT_h, sin embargo, como se discute en el trabajo [6], un nuevo parámetro relacionado con la temperatura ΔT juega un importante papel en la aparición de las bifurcaciones. En resumen puede decirse que los parámetros ΔT, ΔT_h, junto con el número de Biot B, controlan diversas bifurcaciones como las observadas en los experimentos [2-4].

[1] H. Herrero and A.M. Mancho, to appear in Int. J. Numer. Meth. Fluids (2002). arXiv:math.AP/0109200
[2] A.B. Ezersky *et al*, *Phys. Rev. E* **47**, 1126 (1993).
[3] F. Daviaud and J.M. Vince, *Phys. Rev. E* **48**, 4432 (1993).
[4] J. Burguete *et al*, *Phys. Fluids* **13**, 2773 (2001).
[5] J. F. Mercier and C. Normand, *Phys. Fluids* **8**, 1433 (1996).
[6] S. Hoyas, H. Herrero and A.M. Mancho. Aparecerá en J. Phys. A: Math and Gen.

17 Estudio de la evolución del fitness de cuasiespecies virales sometidas a cuellos de botella poblacionales

Autor: Ester Lázaro Lázaro

Afiliación: Centro de Astrobiología (INTA-CSIC)
Carretera de Torrejón a Ajalvir, Km 4
28850 Torrejón de Ardoz
Madrid

E-mail: mell@laeff.esa.es

WWW: http://www.cab.inta.es/Personal2/lazarolm.htm

Colaboradores: Cristina Escarmís (Centro de Biología Molecular "Severo Ochoa"), Juan Pérez-Mercader (Centro de Astrobiología), Susanna C. Manrubia (Centro de Astrobiología), Esteban Domingo (Centro de Biología Molecular "Severo Ochoa")

Los virus cuyo genoma está compuesto por RNA presentan altas tasas de mutación, varios órdenes de magnitud más altas que las celulares. Como consecuencia las poblaciones virales están compuestas por un conjunto de genomas relacionados que difieren en uno ó varios nucleótidos. Esta estructura poblacional, que se denomina cuasiespecie, es la responsable de la alta complejidad evolutiva de los virus RNA.

El tamaño poblacional tiene un efecto decisivo en la evolución del fitness (que puede ser considerado equivalente a la capacidad reproductiva) de las cuasiespecies virales. Así, cuando una cuasiespecie se origina a partir de una alta diversidad de partículas virales, se producen ganancias de fitness, mientras que los cuellos de botella poblacionales tienen como consecuencia pérdidas de fitness, debido a la acumulación de mutaciones negativas que tiene lugar durante el proceso.

En este trabajo se presenta un análisis de la evolución del fitness de varios clones del virus de la fiebre aftosa que han sido sometidos en el laboratorio a sucesivos pases placa a placa. Este proceso experimental constituye una forma extrema de reducción poblacional en la que la cuasiespecie viral en cada pase se ve forzada a desarrollarse a partir de una única partícula viral.

Los resultados que se han obtenido muestran una evolución no lineal del fitness viral que consta de dos fases. En la primera se produce un decaimiento exponencial del fitness hasta alcanzar un cierto valor que se mantiene constante en promedio, aunque con grandes fluctuaciones en los valores concretos de fitness en cada pase. El análisis estadístico de las fluctuaciones muestra que su distribución de probabilidad se ajusta a una distribución de Weibull (también conocida como "stretched exponential"). Este resultado puede ser interpretado como una consecuencia de las complejas interacciones que tienen lugar entre el material genético del virus, que está sometido a contínua presión mutagénica, y el conjunto de procesos que deben ser completados exitosamente en la célula huésped para que la replicación viral pueda tener lugar. Desde el punto de vista biológico, la presencia de un estado estacionario en el que el fitness se mantiene con grandes fluctuaciones, pero sin continuar descendiendo, indica una gran resistencia de estos virus a la extinción por acumulación de mutaciones, indicando la necesidad de buscar nuevas estrategias antivirales que no estén basadas en la inhibición de la replicación.

La contribución de los diferentes parámetros que intervienen en el proceso (frecuencia de mutación, fitness inicial y número de partículas que inician la replicación del virus en cada pase) ha sido estudiada por medio de simulaciones por ordenador cuyos resultados muestran un excelente acuerdo con los resultados experimentales que existen en la literatura. En particular, el tamaño poblacional parece ser decisivo para determinar la dirección que seguirá la evolucin del fitness viral.

18 Negative Selection Purges the T Cell Repertoire of Inefficient Cells

Autor: Hugo Antonius van den Berg

Afiliación: Mathematics Institute
University of Warwick
CV4 7AL Coventry
United Kingdom

WWW: http://www.maths.warwick.ac.uk/~ hugo

Colaboradores: David Rand, Nigel Burroughs, Carmen Molina-París

The cellular immune system defends the body against viral infections, by killing those cells that have been infected by the virus. This response is specifically directed against foreign, "non-self" antigens, which means that healthy cells that have not been infected are normally left alone. This phenomenon where "self" antigens fail to evoke an aggressive immune response is known as "tolerance." It is important to understand how tolerance works: when it breaks down, an auto-immune response occurs, a "horror autotoxicus" where the immune cellls attack healthy tissues.

Traditionally, negative selection in the thymus has been viewed as a process that contributes to self tolerance, by deleting potentially autoreactive immune cells. Here, we propose a different role for negative selection. We view tolerization as a process acting on all immune cells, and which sets an appropriate sensitivity threshold in each cell such that it will not respond to self. An immune cell that acquires a high threshold through tolerization requires a large dose of foreign antigen to be activated. Therefore such a cell will be relatively ineffective in combating a viral infection. We propose that the role of negative selection is to purge the repertoire of such inefficient cells.

Our proposal is based on a mathematical theory of T cell activation, in which the statistical fluctuations of self antigen presentation are modelled. Large Deviations theory allows us to characterize the improvement of repertoire efficiency due to negative selection.

19 Permanencia y fuerte competición son compatibles

Autor: Santiago Cano Casanova

Afiliación: Universidad Pontificia Comillas de Madrid
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
c/Alberto Aguilera, 23
Madrid, 28015

E-mail: scano@dmc.icai.upco.es

Analizaremos el comportamiento asintótico de las soluciones positivas de una clase general de problemas de valores en la frontera sublineales elípticos con peso y condiciones de frontera mixtas, cuando la amplitud de la parte positiva de los términos de menor orden del operador diferencial explotan a infinito. El principal resultado establece que las soluciones positivas tienden a cero en el soporte de la parte positiva del potencial, mientras se estabilizan hacia la solución positiva de un cierto problema elíptico de valor en la frontera, en el complemento de dicho soporte. Utilizaremos este resultado para concluir algunos principios generales en dinámica de competición de especies. Concretamente mostraremos que en la presencia de un refugio, dos especies que compiten pueden coexistir si sus respectivas tasas de reproducción son suficientemente grandes, independientemente del nivel o stress de la competición. También mostraremos cuan grande debe ser la velocidad de reproducción de las especies para ser permanentes, y obtendremos el comportamiento asíntótico de cada una de las especie separadamente. Básicamente, cuando la presión del competidor crece, las especies atacadas se concentran en sus refugios. Los resultados que mostraremos, son extensiones substanciales de algunos resultados pioneros de [3], donde fue analizado un prototipo más sencillo. Los principales ingredientes para obtener estos resultados son la dependencia continua del autovalor principal con respecto a una clase general de perturbaciones del dominio alrededor de su frontera Dirichlet, resultado recientemente probado en [1], y los resultados de dependencia continua de soluciones positivas de problemas sublineales elípticos, recientemente probados en [2].

[1] S. Cano-Casanova and J. López-Gómez, Properties of the principal eigenvalues of a general class of non-classical mixed boundary value problems, J. Diff. Eqns. In Press.
[2] S. Cano-Casanova and J. López-Gómez, Varying domains in a general class of sublinear elliptic problems. Submited.
[3] J. López-Gómez, Permanence under strong competition, World Scientific Series in Applied Analysis 4 (1995), 473-488.

20 Estudio de un modelo presa-depredador estructurado en edad con enfermedad en la presa.

Autor: Mónica Molina Becerra

Afiliación: Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas,
Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico,
c/Tarfia s/n, Sevilla, 41012

E-mail: monica@numer.us.es

Colaboradores: Manuel Delgado y Antonio Suárez (Dpto. EDAN, U. de Sevilla)

Se introduce un modelo de presa-depredador, donde la presa se ve afectada por una enfermedad leve en el sentido que permite recuperar, parcialmente, a los infectados, y viene estructurada en edad. Se supone que la enfermedad debilita a la presa, con la consecuencia que el depredador devora más fácilmente a la presa infectada, pero el depredador no se ve afectado por la enfermedad.

Así vamos a considerar 2 poblaciones: una de ellas, la presa, cuya densidad de población en una edad a y en un tiempo t será denotada por $p(a,t)$, que así mismo, se divide en 2 subpoblaciones, individuos infectados, i, e individuos susceptibles de ser infectados, s. La otra, el depredador, que se supone que no viene afectado por estructura en edad y cuya densidad de población total será denotada por Y.

En ausencia de presa el depredador sigue una ley logística, si denotamos m ($m>0$) la tasa de crecimiento del depredador y n ($n>0$) la tasa de autolimitación del depredador, ambas se supondrán constantes, tenemos que el depredador verifica:

$$\frac{dY}{dt} = mY - nY^2.$$

Y en ausencia del depredador la presa sigue un modelo SIS, en la cual se supone que la enfermedad afecta a la mortalidad de la población, es decir, si consideramos μ_1 e μ_2 la tasa de mortalidad de los infectados y susceptibles, respectivamente, $\mu_1 \geq \mu_2$.

Denotamos γ la tasa de recuperación de la infección, λ la fuerza de transmisión de la enfermedad, β la tasa de natalidad de la presa, q la ratio de descendientes infectados nacidos de infectados.Denotando por P a la población total de la presa, es decir, $P(t) = \int_0^{+\infty} p(a,t)da$, el modelo estudiado es el siguiente:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial i}{\partial t}(a,t) + \dfrac{\partial i}{\partial a}(a,t) + \mu_1(a,P(t))i(a,t) = \lambda(a,t;i)s(a,t) - \gamma(a)i(a,t) - M_1 i(a,t)Y(t), \\ \dfrac{\partial s}{\partial t}(a,t) + \dfrac{\partial s}{\partial a}(a,t) + \mu_2(a,P(t))s(a,t) = -\lambda(a,t;i)s(a,t) + \gamma(a)i(a,t) - N_1 s(a,t)Y(t), \\ \dfrac{dY}{dt}(t) = mY(t) - nY^2(t) + \varepsilon M_1 I(t)Y(t) + \varepsilon N_1 S(t)Y(t), \\ i(a,0) = i_0(a), s(a,0) = s_0(a), Y(0) = Y_0, \\ i(0,t) = q\displaystyle\int_0^{+\infty} \beta(a,P(t))\, i(a,t)\, da, \\ s(0,t) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \Big(\beta(a,P(t))(s(a,t) + (1-q)\, i(a,t)\Big) da, \\ i(a,t), s(a,t) \longrightarrow 0, \text{ cuando } a \to +\infty, \end{cases}$$

donde $M_1 > 0$ es la tasa de depredación sobre infectados, $N_1 \leq 0$ es la tasa de depredación sobre sanos ($M_1 \geq N_1$), y $\varepsilon > 0$ la razón de conversión de presa en depredador.

Bajo ciertas hipótesis de regularidad, y acotación de los datos, existencia y unicidad de solución para el modelo de una solución no negativa son estudiadas.

21 Integrabilidad y Caos en el Oscilador de Helmholtz

Autor: Juan A. Almendral Sánchez

Afiliación: Grupo de Dinámica No Lineal y Teoría del Caos
Universidad Rey Juan Carlos
c/Tulipán, s/n, 28933
Móstoles, Madrid

E-mail: j.a.almendral@escet.urjc.es

Colaboradores: Miguel A. F. Sanjuán

Una de las propiedades más sorprendentes de los sistemas dinámicos no lineales es, quizás, el comportamiento caótico e impredecible a largo plazo de algunas de sus órbitas. Ello ha llevado a una explosión en la exploración de la diversa fenomenología asociada a este tipo de comportamiento, así como a estudiar bajo qué condiciones un sistema dado posee dicha dinámica o no. En este sentido, dado un sistema dinámico no lineal dependiente de un conjunto de parámetros, cabe plantearse cómo se relaciona el comportamiento del sistema con esos parámetros. En particular, es de sobra conocido que precisamente el comportamiento caótico se produce para un sistema no integrable, de modo que resulta razonable plantearse bajo qué tipo de condiciones en los parámetros un sistema dinámico dado es integrable y por tanto se pueden encontrar soluciones analíticas explícitas. En el presente trabajo se hace un análisis del oscilador de Helmholtz, que es un oscilador con una no linealidad cuadrática y por tanto el más simple de los osciladores asimétricos. A pesar de su aparente sencillez, numerosas modelizaciones se reducen a este oscilador cuando el sistema muestra una no linealidad débil. Buen ejemplo de ello es la dinámica de la zozobra de un barco o la dinámica de una gota en un flujo periódico en el tiempo o en un campo eléctrico periódico en el tiempo. Este oscilador cuando se fuerza externamente de forma periódica puede presentar soluciones caóticas. Como es sabido, en ausencia de amortiguación y sin forzamiento es siempre posible encontrar soluciones analíticas, pero en el caso disipativo ello no es posible de forma general. Así pues, la cuestión que nos planteamos es estudiar para qué condiciones el sistema puede integrarse completamente en presencia de disipación. Como resultado obtenemos que el sistema sí es integrable, y en consecuencia es tratable de forma analítica, sólo cuando los parámetros del modelo verifican cierta relación. En este trabajo se muestran las condiciones para las que el oscilador de Helmholtz con disipación es integrable y, además, se presentan y analizan las soluciones analíticas explícitas.

22 Planar analytic vector fields with generalized rational first integrals

Autor: Jaume Llibre Salo

Afiliación: Departament de Matemàtiques Universitat Autònoma de Barcelona
Bellaterra
08193 Barcelona

E-mail: jllibre@mat.uab.es

WWW: http://www.mat.uab/sisdin

Colaboradores: Weigu Li, Xiang Zhang

We characterize a germ of planar holomorphic vector fields at an elementary singular point having a generalized rational first integral. Our results generalize a result due to Poincaré on a necessary condition for the existence of a rational first integral for planar polynomial systems. More precisely, our main result is the following one.

Consider a planar complex analytic system

$$S: \quad \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} + \cdots, \quad t \in \mathbb{C}, (w,z) \in U \subset \mathbb{C}^2,$$

where the dots denote the terms of order ≥ 2, and A is a square matrix of order 2.

Theorem. *Assume that the origin is an elementary singular point for the analytic differential system (S) with eigenvalues $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2$. Then system (S) has a generalized rational first integral in some neighbourhood of the origin if and only if one of the following conditions holds.*

(a) $\lambda_1 \neq 0 = \lambda_2$ *and the origin is not an isolated singular point,*

(b) $\lambda_1/\lambda_2, \lambda_2/\lambda_1 \in \mathbb{Q}^+ \setminus \mathbb{N}$,

(c) $\lambda_1 = \lambda_2 \neq 0$, $A = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$,

(d) λ_1/λ_2 *or* $\lambda_2/\lambda_1 \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ *and the germ (S) is analytically equivalent to its linear part,*

(e) $\lambda_1/\lambda_2 \in \mathbb{Q}^-$ *and the germ (S) is analytically orbitally equivalent to its linear part.*

Moreover, if (a) or (e) holds, system (S) has an analytic first integral in some neighbourhood of the origin.

23 Resonant harmonic oscillators and applications

Autor: Antonio Elipe

Afiliación: Grupo de Mecánica Espacial
Universidad de Zaragoza,
500 Zaragoza

E-mail: elipe@posta.unizar.es

WWW: http://gme.unizar.es

Perturbed harmonic oscillators are very common in nonlinear dynamics. The non perturbed part, that is to say, n-harmonic oscillators, is an integrable problem, thus, in order to analyze the influence of the perturbation (usually coupled terms) Lie transformation methods are used. However, when the oscillators are in resonance (commensurable frequencies), perturbation methods face the problem of small divisors. To avoid it, a new set of canonical variables (we call extended Lissajous variables) are defined. In these variables, the unperturbed Hamiltonian is very simple, just one moment.

Since the set of variables thus defined is valid also for any linear combination of oscillators, we apply it to analyze the nonlinear stability of equilibria for the resonant cases which, in principle, are excluded from the analysis made by Arnold in his famous theorem for the determination of nonlinear stability.

24 Integrales primeras polinomiales en los campos cuadráticos con $x' = P(x)$

Autor: Jesús Suárez Pérez del Río

Afiliación: E.U.I.T Informática de Gijón,
Universidad de Oviedo
(Campus de Viesques)
33203, Gijón

E-mail: jspr@etsiig.uniovi.es

WWW: http://orion.ciencias.uniovi.es/~mesa/personal/jesus/

Colaboradores: Javier Chavarriga (U. Lleida), Belén García (U. Oviedo), Jaume Llibre (U. Autónoma de Barcelona), José Angel Rodríguez (U. de Oviedo).

La búsqueda de integrales primeras es una herramienta clsica en la obtención del retrato de fases de un sistema de ecuaciones diferenciales. La obtención de integrales primeras para los sistemas polinomiales ya fue objeto de estudio de matemáticos clásicos como Poincaré o Darboux. En sistemas tan simples como los cuadráticos, con más de 1000 artículos publicados ya sobre ellos, es un problema abierto determinar aquellos que poseen una integral primera y, en particular, los que poseen una integral primera polinomial. Para obtener una clasificación de los campos cuadráticos con integrales primeras polinomiales hemos reducido los mismos a 10 formas canónicas. Nos ocupamos aquí de las 6 primeras, las cuales tienen como característica común que su primera componente no depende de y. Se puede probar que cuando hay integral primera polinomial en esos casos, el sistema es equivalente a una ecuación diferencial lineal y, posee, por tanto, una integral primera polinomial del tipo $yF(x) + G(x)$. La resolución del problema conlleva un análisis de la compatibilidad de F y G con la existencia de integral primera polinomial. La mayor dificultad del proceso se corresponde con la aparición en F y G de funciones hipergeométricas.

25 Técnicas de control no lineal para vehículos subacuáticos

Autor: Eduardo Sebastián Martínez

Afiliación: Grupo de Robótica. Centro de Astrobiología.(INTA-CSIC) Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial. Carretera de Ajalvir km.4. 28850 Torrejón de Ardoz. Madrid

E-mail: sebastianme@inta.es

Colaboradores: Javier Gomez-Elvira(CAB), José A. Rodrguez Manfredi (CAB), Javier Martín Soler(CAB), Josefina Torres (CAB)

Desde el Centro de Astrobiologa (INTA-CSIC, centro asociado al NASA Astrobiology Institute) se ha puesto en marcha una iniciativa tecnológica que pasa por el diseño y construcción de un robot subacuático que permita el estudio de diversos biosistemas de interés biológico y químico, cuya exploración no puede ser llevada a cabo por el ser humano. Estos vehículos se han convertido en el sustituto perfecto a la hora de realizar tareas de carácter peligroso o preciso, como son la exploración de cuevas subacuáticas de manera automática, haciendo imprescindible el diseño de sistemas automáticos de navegación y control que aporten la precisión y autonomía necesarias al robot.

Sin embargo el control de este tipo de sistemas no es sencillo debido principalmente al carácter altamente no lineal y acoplado de las ecuaciones que describen el sistema para velocidades bajas, así como la falta de conocimiento preciso del modelo completo y de los parámetros y variaciones del mismo.

El objetivo de este estudio es ensayar una nueva técnica de control para este tipo de sistemas ya utilizado en otros ámbitos del control: el control adaptativo no lineal basado en la teoría de linealización por realimentación y de Liapunov. Para el análisis de esta nueva técnica se realizará una comparativa con uno de los controles más utilizados en robots subacuáticos, el control deslizante. De este análisis se ha mostrado la capacidad del control para adaptarse a la incertidumbre en el conocimiento de los parámetros del vehículo, absorber cierta incertidumbre sobre el modelo dinámico y ruido en la medida de los estados del sistema y presentando ventajas, pues no es necesario conocer a priori los parámetros del modelo así como el margen de variación de los mismos.

26 Resultados de viabilidad en tubos

Autor: José Alberto Murillo Hernández

Afiliación: Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Paseo de Alfonso XIII, s/n
30203-Cartagena

E-mail: alberto.murillo@upct.es

Colaboradores: Luis Marco Montoro (Departament de Matemàtica Aplicada, Universitat de València)

Las inclusiones diferenciales o ecuaciones diferenciales multivaluadas permiten modelar el comportamiento de sistemas con dinámicas irregulares como los que rigen ciertos modelos económicos dinámicos o los que aparecen al estudiar los flujos en el seno de campos generados por un potencial no diferenciable. Cuando además la dinámica del sistema se ve alterada por factores externos que varían con el tiempo, por ejemplo, al considerar problemas de control con restricciones adicionales sobre las trayectorias, se tiene el problema denominado, siguiendo la terminología de J.-P. Aubin, de *viabilidad en tubos*. En este caso se busca una solución $x(\cdot)$ de la inclusión diferencial de forma que $x(t) \in K(t)$, para cada $t \in [0, \tau[$, donde $K : [0, +\infty[\longrightarrow 2^{\mathbb{R}^N}$ es una aplicación multivaluada que recibe el nombre de *tubo*. En esta comunicación investigamos la existencia de soluciones de inclusiones diferenciales de la forma $x''(t) \in F(t, x(t), x'(t))$ viables en tubos, asumiendo que la aplicación multivaluada F es únicamente medible en la variable temporal. Presentamos además algunas aplicaciones de los resultados teóricos obtenidos.

27 Sobre la imposibilidad de estabilizar globalmente sistemas de control con limitador de pendiente

Autor: Manuel Román Gutiérrez

Afiliación: Depto. de Matemática Aplicada II - Universidad de Sevilla
Escuela Superior de Ingenieros
Camino de los Descubrimientos, s/n
41092 Sevilla

E-mail: mroman@esi.us.es

WWW: http://www.ma2.us.es/

Colaboradores: Enrique Ponce Núñez (Depto. Matemática Aplicada II - U. de Sevilla)

El limitador de pendiente es una nolinealidad dinámica muy frecuente en ingeniería de control y que en general aparece asociada a la velocidad máxima de respuesta de los actuadores. Una descripción breve de su funcionamiento es la siguiente: La salida del limitador 'sigue' a la entrada mientras la derivada de ésta no supere en valor absoluto cierta cota m y, en caso contrario, la salida intenta alcanzar a la entrada con derivada constante e igual a dicha cota.

En nuestro trabajo estudiamos el efecto de la presencia de un limitador de pendiente en el lazo de realimentación de un sistema lineal inestable de primer orden que puede ser descrito mediante el sistema discontinuo

$$\begin{aligned} \dot{y} &= py - kz, \\ \dot{z} &= \begin{cases} m \operatorname{sat}\left(\dfrac{\dot{y}}{m}\right), & \text{si} \quad y = z, \\ m \operatorname{sign}(y - z), & \text{si} \quad y \neq z, \end{cases} \end{aligned}$$

con $m > 0$. Adimensionalizando las ecuaciones dinámicas del sistema y tomando como variables de estado la salida y el error interno de seguimiento de la nolinealidad, podemos escribir toda la dinámica en función de un único parámetro directamente relacionado con la ganancia estática de la planta lineal.

Nuestro principal resultado es la existencia para $k > p > 0$ (planta inestable en bucle abierto y estable en bucle cerrado) de un ciclo límite inestable que limita la cuenca de atracción del equilibrio que representa el punto de operación del sistema.

Para el análisis del ciclo límite en el correspondiente sistema bidimensional discontinuo, se recurre al computo de las aplicaciones de Poincaré, lo que permite obtener expresiones analíticas para su amplitud y periodo además de la determinación del signo de su multiplicador característico. Mostramos que la aparición de dicho ciclo límite está asociada a una bifurcación global sobre la esfera de Poincaré, al romperse una doble conexión heteroclínica entre dos puntos del ecuador de la esfera. Se trata pues de una bifurcación de un lazo heteroclínico que da lugar a un ciclo límite de gran amplitud.

La consecuencia más relevante del análisis realizado es que el ciclo límite anterior está presente para todos los valores de los parámetros que hacen estable el punto de operación del sistema, de manera que la estabilidad de dicho punto nunca puede ser de carácter global. Conjeturamos que este hecho también se produce para sistemas de mayor dimensión.

28 Adaptación de un sistema de control neuro-fuzzy para estabilizar un ferry

Autor: Rafael López Martínez

Afiliación: Universidad Complutense de Madrid
CCUM,
Madrid, 28040

E-mail: rlopez@csc.ucm.es

Para mejorar la estabilidad de un buque de alta velocidad, se propone dotar al mismo de actuadores que, gobernados por un sistema de control, varíen el ángulo de ataque que presentan al mar en su avance, generando un momento opuesto al originado por las fuerzas verticales que actúan sobre el barco y disminuyendo las aceleraciones sufridas a bordo. En este artículo se propone la aplicación de técnicas neuro-fuzzy para hacer que un controlador MISO tipo PID borroso sea adaptativo, esto es, capaz de modificar su estructura interna.

La adaptación se realiza modificando el peso de las reglas que implementan el paradigma del control fuzzy. Inmediatamente antes de proporcionar un valor de salida, el controlador computa si su última acción fue correcta. A continuación revisa cada una de las reglas penalizando las que proporcionaron valores de signo diferente al que produjo el controlador, y premiando a las demás. Por último, con los nuevos pesos de las reglas, se calcula el valor definitivo de la salida. En el caso de una acción de control incorrecta, se procede de forma contraria.

La medida en la que debe variar el peso de cada regla se obtiene mediante un sencillo algoritmo propuesto en este trabajo. Una cuestión que se plantea en la implementación es la sintonía de los parámetros de ajuste que pueden fijarse atendiendo a alguna información disponible o hacerse variables con algún criterio.

[1] Kuo, B. (1996), "Sistemas de Control Automático". Prentice Hall. (Básico).
[2] Anonymous (1996), "126 m Long Spanish Fast Ferry Launched". Fast Ferries, Septiembre, pp. 19-20.
[3] Anonymous (1998), "Silvia Ana: Results of First Year's Service". Ship&Boat Int., Enero/Febrero, pp. 15-16.
[4] Fossen, Thor I.(1994), "Guidance and Control of Ocean Vehicles". University of Trondheim. Norway.
[5] Ju, M. S., Yang, D. L., (1996), "Design of adaptive fuzzy controls based on natural control laws". Fuzzy Sets and Systems, pp.191-204.
[6] Lloyd, A. R. J. M. (1989), "SEAKEEPING: Ship Behaviour in Rough Weather". Ed. Ellis Horwood Limited. Publishers - Chichester.
[7] Moore, C. G., Harris, C. "Indirect adaptive fuzzy control", Int. J. Control, vol. 56, pp. 441-468.
[8] Santos, M., López, R., (2002), "Neuro-Fuzzy System to Control the Fast Ferry Vertical Acceleration". Control 15th IFAC World Conference, 2002.

29 Análisis no lineal de trampas iónicas perturbadas

Autor: Jesús Palacián Subiela

Afiliación: Departamento de Matemática e Informática,
Universidad Pública de Navarra,
Campus de Arrosadía, Pamplona, 31006

E-mail: palacian@unavarra.es

WWW: http://www.unavarra.es

Colaboradores: Víctor Lanchares Barrasa (U. de La Rioja), Ana I. Pascual Lería (U. de La Rioja), Jose Pablo Salas (U. de La Rioja) y Patricia Yanguas Sayas (U. Pública de Navarra).

Desde principios del siglo pasado el estudio del efecto de la aplicación de campos externos a determinados átomos ha jugado un papel fundamental en el desarrollo de la Física Atómica. En particular ha sido muy relevante la aplicación de campos estáticos eléctricos y magnéticos con el fin de crear fenómenos de confinamiento. Por ejemplo, se pueden diseñar experimentos de laboratorio para atrapar iones y con esto construir relojes atómicos de gran precisión. Debido a que en la realidad se producen imperfecciones físicas en dichos experimentos, a la hora de modelizar el problema se añaden perturbaciones sobre el sistema original.

En la presente comunicación consideramos una trampa Penning, que representa un confinamiento tridimensional de una carga o ion mediante un campo cuadripolar eléctrico axialmente simétrico ("perfecto") más un campo magnético estático. El modelo matemático que utilizamos es el correspondiente a un oscilador armónico en tres dimensiones con dos frecuencias iguales. Añadimos una pequeña perturbación que contiene términos cúbicos con simetría axial: la llamada perturbación "sextupolar". Con ello se trata de un sistema hamiltoniano perturbado que podemos abordar desde el punto de vista de una teoría de perturbaciones. Nuestro objetivo es realizar un análisis cualitativo del efecto causado por las imperfecciones en la trampa iónica.

El sistema original tiene tres grados de libertad y posee simetría axial (la tercera componente del momento angular es una integral del problema). Ello hace posible el reducir el sistema a uno de dos grados de libertad. Mediante normalización calculamos otra integral asintótica del problema, con lo que podemos reducirlo de nuevo y pasar a otro de un grado de libertad. Este sistema doblemente reducido es más fácil de estudiar, e incluso podemos representar la evolución del flujo en el espacio reducido, que es una superficie de dimensión dos, con forma de esfera "pellizcada", sumergida en el espacio de tres dimensiones. Formulamos el problema utilizando como variables los invariantes de la doble reducción y llevamos a cabo un análisis global del flujo fásico. En concreto, calculamos analíticamente los puntos de equilibrio del sistema reducido, sus bifurcaciones y su estabilidad. Aplicando la teoría de promedios podemos asegurar que, cuando el error de la transformación que lleva a la forma normal es lo suficientemente pequeño, los equilibrios del sistema reducido se corresponden con órbitas cuasiperiódicas y toros invariantes del sistema original. En este caso hacemos una estimación del error cometido en la transformación, obteniendo buenos resultados, por lo que podemos extrapolar al sistema original la información obtenida acerca del comportamiento del flujo del sistema reducido. En ese respecto, hemos detectado la existencia de bifurcaciones de tipo centro–silla, "Hamiltonian flip" y "Hamiltonian Hopf". Mediante el cálculo de superficies de sección de Poincaré en el sistema original, hemos comprobado que existe una correspondencia cualitativa y cuantitativa entre el comportamiento del flujo del sistema reducido y el del original. Además, la teoría KAM nos asegura que las bifurcaciones de los equilibrios relativos se corresponden con bifurcaciones de toros invariantes de dimensión dos y de órbitas cuasiperiódicas en el sistema original.

Como conclusiones, por una parte observamos que la presencia de un parámetro controlable de desacoplamiento atenúa los efectos no lineales causados por la perturbación sextupolar. Por otra parte, el trabajo presentado constituye un procedimiento sistemático para el estudio de trampas iónicas débilmente perturbadas.

30 Indeterminación total en sistemas hamiltonianos: las cuencas inciertas.

Autor: Jacobo Aguirre Araujo

Afiliación: Grupo de Dinámica No Lineal y Teoría del Caos
Universidad Rey Juan Carlos
c/Tulipán s/n
Móstoles, 28933
Madrid

E-mail: jaguirre@escet.urjc.es

Colaboradores: Miguel A. F. Sanjuán (U. Rey Juan Carlos)

En este trabajo presentamos un nuevo tipo de cuenca fractal que aparece en el contexto de sistemas hamiltonianos con escapes. En estos sistemas, las partículas orbitan durante un tiempo en el interior de una región acotada hasta que atraviesan una de las salidas existentes y escapan hacia el infinito. La existencia de cuencas fractales, donde la predectibilidad es limitada, es un fenómeno común y muy estudiado en estos sistemas. Aunque no hay atractores, las cuencas se definen como el conjunto de condiciones iniciales que tienden a la misma salida.

En este trabajo hemos analizado el caso en que las salidas decrecen hasta hacerse infinitamente pequeñas, tanto en un sistema hiperbólico como en uno no hiperbólico. En este límite, los conjuntos invariantes asociados, esto es, el conjunto caótico invariante y sus variedades estable e inestable, tienden a llenar el espacio de fases, provocando en éste una fractalización total que imposibilita cualquier predicción acerca del futuro del sistema. Cada cuenca tiende a convertirse en su propia frontera, y en el límite es imposible encontrar conjuntos abiertos de órbitas que tiendan a la misma salida. Esta indeterminación total sólo había sido observada en sistemas disipativos, en particular en las cuencas agujeradas o "riddled basins". Hemos llamado "cuencas inciertas" a este nuevo y sorprendente fenómeno, y defendemos la universalidad de este peculiar comportamiento en el ámbito de los sistemas hamiltonianos con escapes.

31 Análisis multifractal de la destrucción de toros en sistemas hamiltonianos

Autor: R.M. Benito Zafrilla

Afiliación: Universidad Politécnica de Madrid,
ETSI Agrónomos,
Departamento de Física y Mecánica,
28040 Madrid

E-mail: rbenito@fis.etsia.upm.es

Colaboradores: J.C. Losada, A. Tarquis (U. Politécnica de Madrid), F. Borondo (U. Autónoma de Madrid)

En esta contribución se presenta un análisis multifractal de la estructura del espacio de fases clásico de la molécula de LiCN, descrito por un modelo de dos grados de libertad. Este método proporciona una manera de caracterizar cuantitativamente la complejidad del mecanismo de destrucción de toros que tiene lugar en este sistema en el que existe "soft chaos". Desde el punto de vista vibracional las moléculas pueden considerarse como sistemas hamiltonianos formados por conjuntos de osciladores no lineales acoplados.

El teorema KAM proporciona una base teórica para entender la transición al caos asociada al fenómeno de destrucción de toros. Así, cuando un valor determinado de la perturbación actua sobre un sistema integrable algunos toros son destruidos, pero aquellos con una relación de frecuencias "suficientemente irracional" (en el sentido KAM), llamados toros KAM, sobreviven. En sistemas de dos grados de libertad, estas estructuras establecen una organización jerárquica del espacio de fase. La familia de toros KAM persistentes, parametrizada por un conjunto de Cantor de vectores de frecuencias en los "huecos" en los que el comportamiento caótico tiene lugar, constituye una barrera impenetrable para el flujo de trayectorias a su través. La destrucción de toros ha sido estudiada sistemáticamente en el mapa estandard por varios autores. Schmidt y Bialek identificaron algunas estructuras fractales en los diagramas de rotura de toros. Hay diversos métodos para investigar la estructura del espacio de fases. En sistemas de dos grados de libertad, la superficie de sección de Poincaré es extremadamente útil, ya que proporciona una información muy completa del sistema. Un metodo alternativo es el análisis de frecuencias (FA), que se basa en una representación de Fourier de las trayectorias. El FA conlleva el monitorizar las variaciones de las frecuencias fundamentales del sistema con el tiempo. La ventaja de este método es que se puede aplicar sin dificultad en sistemas con mas de dos grados de libertad, de manera que permite abordar el estudio de la red de Arnold . El objetivo de este trabajo es estudiar con mayor profundidad las características de la estructura de la región caótica, especialmente cerca del borde de la zona regular en este sistema molecular. Como es bien sabido, la coexistencia de las diferentes estructuras dinámicas (que ya hemos descrito) existentes en este tipo de sistemas, imponen la presencia de una estructura fractal , autosimilar a diferentes escalas en el espacio de bases en que estas se encuentran. Con este propósito , hemos llevado a cabo un análisis multifractal del mapa de frecuencias consitente en la representación de la relación de frecuencias frente al ángulo inicial. Por otro lado, considerando los resultados obtenidos a diferentes valores de la energía de excitación hemos seguido el proceso de destrucción de los toros KAM de este sistema.

32 Enfoque cartesiano en sistemas no holonómicos

Autor: Rafael Ramírez Inostroza

Afiliación: Universidad Rovira i Virgili
E.T.S.E.
Av. Països Catalans, s/n.
Tarragona, 43007

E-mail: rramirez@etse.urv.es

Colaboradores: Natalia Sadovskaia (Univ. Politécnica de Catalunya)

El enfoque cartesiano en la Mecánica consiste en resolver el problema de la dinámica en el espacio de configuración, en consecuencia las ecuaciones que describen el comportamiento de los sistemas mecánicos son de primer orden. En la charla propuesta se construye dicho enfoque para sistemas mecánicos no holonómicos.

33 Descripción y modelización fractal de sistemas fragmentados

Autor: Miguel Angel Martín

Afiliación: Universidad Politécnica de Madrid
E.T.S.I. Agrónomos
Ciudad Universitaria s/n
Madrid, 28040

E-mail: mamartin@mat.etsia.upm.es

Colaboradores: F. Javier Caniego (U. Politécnica de Madrid), Eloisa Montero (U. Alfonso X), J. Manuel Rey (U. Complutense de Madrid), Fernando San José (U. Politécnica de Madrid), F. Javier Taguas(U. Politécnica de Madrid)

Los medios fragmentados están formados por elementos (granos) de diferente tamaño (y masa, siendo el suelo un ejemplo paradigmático). La modelización de la distribución del tamaño de las partículas en el suelo es un problema que ha sido abordado por matemáticos como Kolmogorov y Halmos lo que parece un aval sobre el interés del mismo. Desde el punto de vista práctico ese interés no es menor debido a las repercusiones que las características de dicha distribución tiene sobre sus propiedades físicas e hidráulicas, y por tanto, sobre el papel del suelo en la agricultura, formación de ecosistemas y el medio ambiente. Por otra parte, existe una variedad de sistemas fragmentados (biológicos, socioeconómicos, etc.) que comparten con el suelo las propiedades estructurales esenciales, lo que incrementa el interés.

En esta charla se dará una visión panorámica de los trabajos realizados por nuestro grupo durante los últimos años en el Dpto. de Matemática Aplicada de la ETSI Agrónomos de la Universidad Politécnica de Madrid, sobre problemas relacionados con la modelización y caracterización de las distribuciones de tamaños de partículas y de poros del suelo, y en otras distribuciones en medios fragmentados.

34 Forzamiento de transiciones Hexágonos-Bandas en estructuras de Turing experimentales.

Autor: David G. Míguez

Afiliación: Grupo de Física non Lineal, Fac. de Física, Univ. de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela.

E-mail: david@fmares.usc.es

WWW: http://chaos.usc.es

Colaboradores: Alberto P. Muñuzuri (univ. Santiago de Compostela)

A partir de la primera evidencia experimental de las estructuras de Turing, éstas han sido sometidas en los últimos años a un exhaustivo estudio de sus propiedades y comportamiento, tanto en el terreno teórico como en el experimental. Esto es debido a su ya reconocida implicación en una infinidad de procesos en el ámbito de la biología, que va desde formacion de patrones en las pieles de animales hasta la morfogénesis y la embriología. Estos patrones, son reproducidos mediante mecanismos de reacción-difusión, los cuales, deben poseer una serie de caracterícas: ser sistemas en los cuales, al menos, uno de sus componentes (activador) ha de ser autocatalitico, y otro debe reprimir este comportamiento (inhibidor), y la constante de difusión del inhibidor debe ser mayor que la correspondiente al activador.

Bajo estas condiciones se formarán los mencionados patrones, no siendo posible su observación sin que exista una diferencia en la absorción de la luz visible entre los dos reactivos.

Es sabido que los patrones de Turing se presentan en diferentes formas (moteado o franjas, *hexagons* o *stripes* en la notación inglesa). En estado estacionario, la elección entre las diferentes posibilidades es consecuencia de las concentraciones de los reactivos, así como la longitud de onda caracterícа de cada patrón.

En el presente trabajo, se pretenden mostrar resultados obtenidos experimentalmente con la reacción de CDIMA (Chlorine Dioxide- Iodine-Malonic Acid) fotosensible. En este sistema se consideraron diferentes forzamientos espacio-temporales periódicos y deterministas y los resultados fueron sorprendentes. Un amplio abanico de posibles transiciones desde un tipo de estructura a otro, aparición de estructuras estacionarias diferentes de las espontáneas y un largo etc. son algunos de los resultados. En esta presentación se trtatarán de mostrar estos resultados de modo coherente complementando con resultados de simulaciones numéricas que permitan entender los mecanismos de formación de los mismos.

A modo de ejemplo de los diferentes comportamientos observados se presentará la transición observada experimentalmente de las estructuras de Turing con organización inicial en forma de hexágonos que después de verse forzada por el paso de un frente de luz constante se reorganiza en forma de bandas perfectamente ordenadas. Al cabo de un cierto tiempo el sisema recupera su organización original en forma de hexágonos.

35 Algunos resultados recientes sobre la homogeneización de estructuras periódicas de pequeño grosor

Autor: Manuel Luna Laynez

Afiliación: Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico,
Universidad de Sevilla,
Apdo. de Correos 1160,
41080-Sevilla.

E-mail: luna@numer.us.es

Colaboradores: Juan Casado-Díaz (U. de Sevilla), José D. Martín Gómez (U. de Sevilla)

En este trabajo exponemos un método para el estudio del comportamiento asintótico de las soluciones, u_ε, de problemas en derivadas parciales planteados sobre estructuras reticuladas, Ω_ε, de poco grosor y que dependen de varios parámetros.

La forma clásica de abordar este problema consiste en considerar una extensión de u_ε a un dominio fijo Ω y entonces pasar al límite sucesivamente en los distintos parámetros. Posteriormente, es necesario probar que la función u obtenida en este límite reiterado es una buena aproximación de u_ε cuando los parámetros son pequeños. En este proceso surge de manera natural la cuestión de si es importante o no el orden en el que se pasa al límite en los distintos parámetros.

El método que proponemos está relacionado con un trabajo de T. Arbogast, J. Douglas and U. Hornung. Consiste en introducir adecuados cambios de variables que transforman u_ε en una nueva sucesión $\hat{u}_\varepsilon$ dependiente de dos variables y definida sobre un dominio fijo. La primera variable da el comportamiento macroscópico y la segunda, que se obtiene escalando la celda de periodicidad, está asociada a la microestructura del problema. Así, en lugar de estudiar el comportamiento asintótico de u_ε que está definida en dominios que cambian, consideramos el límite de $\hat{u}_\varepsilon$. A diferencia de otros métodos anteriores, el paso al límite se realiza en todos los parámetros al mismo tiempo. Además, no es necesario aplicar sofisticadas técnicas de extensión. Como resultado se deduce un problema homogeneizado donde aparecen conjuntamente las dos escalas. Sin exigir condiciones adicionales de regularidad a la solución de dicho problema límite, se justifica un desarrollo asintótico de u_ε que proporciona una aproximación en la topología fuerte de $W^{1,p}(\Omega_\varepsilon)$.

Su aplicación ha conducido a nuevos resultados. Por una parte, la homogeneización de operadores monótonos no homogéneos que varían con los parámetros. Esto hace posible considerar, por ejemplo, estructuras reticuladas formadas por vigas o placas compuestas por varios materiales estratificados. Por otro parte, también lo hemos aplicado al estudio del sistema de elasticidad. En dicho problema aparecen tallas críticas, lo que conduce a distintos resultados en un paso reiterado al límite, según el orden considerado en los parámetros. Este problema estaba resuelto sólo parcialmente, y no existían resultados de corrector. Gracias a que nuestro método permite pasar al límite en todos los parámetros al mismo tiempo, hemos logrado dar una respuesta satisfactoria sea cual sea el tamaño relativo de éstos, proporcionando un desarrollo asintótico tanto de u_ε como del tensor de deformaciones $e(u_\varepsilon)$.

36 Structures Induced by Noise and Inertia in the Distributions of Small Neutrally Buoyant Bodies Randomly Swimming in Fluid Flows

Autor: Oreste Piro

Afiliación: Instituto Mediterraneo de Estudios Avanzados (IMEDEA),
CSIC-Universitat de les Illes Balears
07071 Palma de Mallorca.

E-mail: piro@imedea.uib.es

WWW: http://www.imedea.uib.es/~ piro

Colaboradores: J. H. E. Cartwright, M. O. Magnasco, I. Tuval

The dynamics of small spherical neutrally buoyant particulate impurities immersed in a two-dimensional fluid flow are known to lead to particle accumulation in the regions of the flow in which vorticity dominates over strain, provided that the Stokes number of the particles is sufficiently small. If the flow is viewed as a Hamiltonian dynamical system, it can be seen that the accumulations occur in the nonchaotic parts of the phase space: the Kolmogorov–Arnold–Moser tori. This has suggested a generalization of these dynamics to Hamiltonian maps, dubbed a bailout embedding. In this paper we use a bailout embedding of the standard map to mimic the dynamics of neutrally buoyant impurities subject not only to drag but also to fluctuating forces modelled as white noise. We find that the generation of inhomogeneities associated with the separation of particle from fluid trajectories is enhanced by the presence of noise, so that they appear in much broader ranges of the Stokes number than those allowing spontaneous separation. We use the same techniques to analize also the structures arising in three-dymensional flows.

37 Correctores que mejoran la convergencia de la ecuación Quasi-geostrófica hacia el modelo de Sverdrup

Autor: María de los Ángeles Rodríguez Bellido

Afiliación: Dpto. Matemática Aplicada I, Universidad de Sevilla
E.T.S. de Arquitectura,
Avda. Reina Mercedes, s/n
Sevilla, 41012

E-mail: angeles@us.es

Colaboradores: Didier Bresch, (U. Blaise Pascal de Clermont-Ferrand (Francia)), Francisco Guillén González (U. Sevilla)

La ecuación quasi-geostrófica (estacionaria) es un modelo de ecuaciones en derivadas parciales no lineal, que se deduce formalmente de las ecuaciones de Navier-Stokes $3D$, como un modelo definido sólamente en el dominio $2D$ superficial Ω, que pretende describir la circulación oceánica (en media vertical) cuando el océano es considerado un fluido homogéneo y bajo la hipótesis del β-plano. Como es un modelo que se escribe respecto a una función corriente Ψ (escalar) después de tomar rotacional en Navier-Stokes, está compuesto por la siguiente ecuación de orden 4:

$$E\Delta^2\Psi - \mu\Delta\Psi - \varepsilon\nabla^\perp\Psi\cdot\nabla(\Delta\Psi) - \partial_x\Psi = \nabla^\perp\cdot f, \qquad \text{en } \Omega$$

donde $E=(\delta_M/L)^3$, $\mu=\delta_S/L$, $\varepsilon=(\delta_I/L)^2$ y δ_M, δ_S y δ_I son constantes que representan diferentes escalas de movimiento (Munk scale, Stommel scale e inertial scale, respectivamente), L es la longitud característica del dominio (superficie del océano) y f es la fuerza del viento. El término $-\partial_x\Psi$ viene a representar el efecto de la fuerza de Coriolis. Dicho modelo se completa con condiciones de contorno de tipo Dirichlet (o mixtas Dirichlet-Neumann). Si consideramos que los coeficientes δ_M, δ_S y δ_I tienden a cero (es decir consideramos las fuerzas de Coriolis dominantes en la dinámica), obtenemos (al menos formalmente) la conocida como relación de Sverdrup (propuesta en Oceanografía en 1947 por Sverdrup):

$$-\partial_x\Psi_I = \nabla^\perp\cdot f.$$

Sin embargo, el modelo de Sverdrup se completa con las condiciones de contorno $\Psi_I = 0$ sólo sobre la frontera "Este" del dominio (allí donde su vector normal tiene primera componente positiva), lo que hace que aparezca una capa límite en la costa "Oeste" que se suele relacionar con la intensificación de corrientes que se produce en circulaciones oceánicas reales cerca de la costa Oeste.

La justificación rigurosa de la convergencia asintótica cuando δ_I, δ_M y δ_S tienden a cero, del modelo quasi-geostrófico hacia la ecuación de Sverdrup, es demostrada por T. Colin en 1996 en dominios simplemente conexos; en el caso no lineal se imponen además hipótesis de convergencia a cero del cociente entre potencias de δ_I, δ_S y δ_M. Las convergencias que se obtienen son en $L^2(\Omega)$-débil, y fuerte solo en $L^2(\Omega\setminus\Gamma_{Oeste})$, debido a la influencia de la capa límite. En un trabajo reciente, los autores de esta comunicación estudiaron dichas convergencias en el caso de dominios con islas.

En esta comunicación se pretende dar una ampliación de estas convergencias asintóticas, introduciendo unos correctores de las condiciones de contorno que nos van a permitir garantizar la convergencia fuerte y en todo el dominio del modelo quasi-geostrófico hacia la solución de Sverdrup más los correctores. Además, veremos una estimación de la velocidad de convergencia en términos de los coeficientes δ_I, δ_M y δ_S.

38 Una versión de quinto orden del método PPHM para leyes de conservación

Autor: Sergio Amat Plata

Afiliación: Universidad Politécnica de Cartagena
DEpartamento de Matemática Aplicada y Estadística
Paseo de Alfonso XIII, 52
Cartagena, 30203

E-mail: sergio.amat@upct.es

WWW: http://filemon.upct.es/~amat

Colaboradores: Sonia Busquier Sáez (U. Politécnica de Cartagena), Vicente Francisco Candela Pomares (U. Valencia)

Los fenomenos naturales son modelizados por ecuaciones en derivadas parciales. En este trabajo se estudian un tipo particular de estas ecuaciones: leyes de conservación.

$$u_t + (f(u))_x = 0$$

En problemas en 3D son necesrios resolvedores de flujos de orden alto (mayor a tres), por ello proponemos una versión de quinto orden del PPHM que será comparada con el WENO del mismo orden. Observando, mayor robustez y menor dependencia de la restricción CFL, pudiéndose así ganar en velocidad. Los métodos esencialmente no oscilatorios (ENO), construidos por Harten, Osher, Engquist, y Chakravarthy en su trabajo titulado "Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes" son una clase de métodos numéricos "shock capturing" de alta orden pora sistemas de leyes de conservación hiperbólicas. Estos métodos tienen su aplican en una gran variedad de problemas de flujo compresible. Marquina en su trabajo "Local piecewise hyperbolic reconstruction of numerical fluxes for nonlinear scalar conservation laws", introdujo un nuevo método local de tercer orden "shock capturing",PHM (piecewise harmonic methods), la principal ventaja que presenta este método frente a los métodos ENO y TVD ("upwind") de su mismo orden, es su carácter local,(consiguiendo una mejor resolución en las esquinas), puesto que los flujos numéricos dependen sólo de cuatro variables. En cuanto a la mejora de la exactitud de los métodos ENO, Shu y Osher en su trabajo "Efficient implementation of essential non-oscilatory shock capturing schemes" desarrollaron los métodos WENO (weight ENO). Nuestros métodos son bastante similares al método PHM, pero se basan en unas reconstrucciones más simples (polinómicas), manteniendo también el carácter local. De los experimentos numéricos, se deduce que el método es eficiente, con bajo coste y con una menor dependencia de la restricción CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) y el parámetro de la discretización es diferente del de los métodos WENO y ENO. Además, es estable y con poca viscosidad en presencia de discontinuidades. El principal próposito de todos estos esquemas es desarrollar un método numérico para leyes de conservación que tenga gran exactitud en regiones suaves y adaptados a la presencia de singularidades sin producir oscilaciones. Para completar el esquema, Shu y Osher en su trabajo "Effient implementation of essential non-oscillatory shock capturing schemes" desarrollaron una familia especial de métodos Runge-Kutta que mantienen la propiedad TVD. La propiedad TVD previene a los esquemas de paso de tiempo de las oscilaciones.

39 Resolución de ecuaciones diferenciales estocásticas con el método exponencial

Autor: Grant Lythe

Afiliación: Department of Applied Maths, University of Leeds, LS2 9JT, Reino Unido

E-mail: grant@amsta.leeds.ac.uk

WWW: http://www.amsta.leeds.ac.uk/~grant

Colaboradores: Kalvis Jansons (University College London)

Una solución numérica de una ecuación diferencial es una serie de valores en instantes de tiempo se-parados. En métodos tradicionales, las separaciones entre dichos instantes, denominadas incrementos de tiempo, son predeterminadas. Introducimos un método en el cual los incrementos de tiempo son variables aleatorias con una distribución exponencial. Introducimos tambien la corrección que se necesita cuando hay una frontera. Dicha corrección permite una evaluación más eficaz de tiempos de paso.

El proceso estocástico más sencillo es el denominado de Wiener. Dado el valor $\mathbf{W}_t$ de dicho proceso en un instante determinado t y un intervalo fijo Δt, la variable aleatoria $\mathbf{W}_{t+\Delta t} - \mathbf{W}_t$ es gausiana con promedio cero y varianza Δt. En cambio, si $\delta\mathbf{t}$ tiene la siguente distribución:

$$\mathcal{P}(\delta\mathbf{t} > t) = \exp(-\lambda t),$$

y $\mathbf{W}_0 = 0$ entonces

$$\mathcal{P}(\mathbf{W}_{\delta\mathbf{t}} > x) = \mathcal{P}(\mathbf{W}_{\delta\mathbf{t}} < -x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\nu x},$$

donde $\nu = \sqrt{2\lambda}$. Dado $\mathbf{W}_t$, el valor de $\mathbf{W}_{t+\delta\mathbf{t}}$ se genera de la siguiente manera:

$$\mathbf{W}_{t+\delta\mathbf{t}} = \mathbf{W}_t + \nu^{-1}\mathbf{sp},$$

donde $\mathcal{P}(\mathbf{s} = 1) = \frac{1}{2}$, $\mathcal{P}(\mathbf{s} = -1) = \frac{1}{2}$ y $\mathbf{p}$ tiene una distribución exponential: $\mathcal{P}(\mathbf{p} > x) = \exp(-x)$.

La definición del tiempo de paso para el proceso de Wiener $\mathbf{H}_b$ es:

$$\mathbf{H}_b = \inf\{t > 0 : \mathbf{W}_t = b\}.$$

Siempre que $\mathbf{W}_0 = 0$, se puede mostrar que $\mathcal{P}(\mathbf{H}_b < \delta\mathbf{t}) = \mathrm{e}^{-\nu b}$. Así introducimos una corrección que tiene en cuenta la posibilidad de que $t > \mathbf{H}_b > t + \delta\mathbf{t}$ aunque $\mathbf{W}_t < b$ y $\mathbf{W}_{t+\delta\mathbf{t}} < b$.

40 Aproximación numérica de Ondas de rarefaccion y ondas de choque en sistemas hiperbólicos. Métodos tipo Godunov.

Autor: Antonio Domínguez Delgado

Afiliación: Universidad de Sevilla
E.T.S. Arquitectura,
Avda. Reina Mercedes S/N
Sevilla, 41012

E-mail: domdel@us.es

Colaboradores: Tomás Chacon Rebollo, Enrique D. Fernández Nieto (Universidad de Sevilla)

Estudiamos métodos numéricos para sistemas diferenciales hiperbólicos. En concreto, en este trabajo, nos vamos a centrar en los métodos de tipo Godunov. Vamos a estudiar nuevos métodos que compararemos con los clásicos de Roe y Van Leer.

Las soluciones de sistemas hiperbólicos pueden presentar varios comportamientos característicos como son ondas de rarefacción y ondas de choque. Cada uno de estos fenómenos son complicados de aproximar por razones bien distintas. En el primero de ellos, las ondas de rarefacción contienen puntos sónicos, esto hace que los métodos mencionados pierdan viscosidad y produzcan una inestabilidad muy conocida y frecuente. En el otro fenómeno, en las ondas de choque, la solución real es discontinua. Esto hace que los métodos puedan presentar errores en el cálculo de la velocidad del frente de la onda de choque, como puede ser el caso del método random; o bien, que el método sea muy difusivo.

Para evitar la inestabilidad que se presenta en la onda de rarefacción, métodos como el de Roe y Van Leer necesitan de algun tipo de regularización como puede ser la regularización Harten. Básicamente consiste en aumentar la viscosidad del método. Sin embargo, esta regularización puede provocar que el método sea más difusivo en las ondas de Choque.

El objetivo de este trabajo ha sido construir métodos tipo Godunov para aproximación de soluciones de sistemas diferenciales hiperbólicos que no necesiten ningun tipo de regularización para evitar las inestabilidades en las ondas de rarefacción.

Los métodos que presentamos, efectivamente, no presentan inestabilidades entorno a los puntos sónicos y, al no tener que aplicar regularización, no introducen difusión en la aproximación de las ondas de choque.

La técnica desarrollada es sencilla de utilizar y proporciona muy buenos resultados. Para comprobarlo, hemos aplicado los métodos que se introducen a las ecuaciones de aguas poco profundas, realizando varios test. Entre los test que se presentan incluimos varias animaciones y comparación con soluciones analíticas conocidas.

41 Codificación de canal usando sistemas caóticos

Autor: Inés Pérez Mariño

Afiliación: Grupo de Dinámica No Lineal y Teoría del Caos,
Departamento de Ciencias Experimentales e Ingeniería
Universidad Rey Juan Carlos
c/Tulipán s/n, 28933 Móstoles, Madrid

E-mail: iperez@escet.urjc.es

Colaboradores: Luis López (U. Rey Juan Carlos), Miguel A. F. Sanjuán (U. Rey Juan Carlos)

En un sistema de comunicaciones digitales, la codificación de canal es un proceso que tiene como objetivo aumentar la robustez del sistema frente al ruido del canal. En sistemas convencionales, este objetivo se consigue introduciendo redundancia de forma controlada en la secuencia a transmitir. Los procedimientos que se siguen para introducir esta redundancia son deterministas y basados, habitualmente, en principios de geometría y álgebra lineal. Sin embargo, se ha mostrado recientemente que también es posible realizar una codificación de canal eficaz empleando como codificador un sistema caótico. Este tipo de sistemas posee de por sí una redundancia *natural* que se puede emplear para robustecer la transmisión de información de forma anóloga a como se consigue con métodos tradicionales. Frente a estos, la gran riqueza de la dinámica de los sistemas caóticos los presenta como candidatos prometedores para el diseño de codificadores eficientes y de implementación sencilla, ya que el comportamiento caótico se puede obtener con circuitos eléctricos constituidos por elementos simples. Se propone aquíuna estrategia de control para la codificación de información en un oscilador caótico, así como un método de codificación de canal realizable y eficaz basado en la dinámica del sistema caótico.

42 Controles insensibilizantes para una ecuación del calor semilineal con no linealidad logarítmica

Autor: María del Rosario Pérez García

Afiliación: Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas,
Aptdo. de Correos 1160
Sevilla, 41080

E-mail: rosario@numer.us.es

Colaboradores: Manuel González-Burgos (U. Sevilla), Olivier Bodart (U. Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand, Francia)

En este trabajo presentamos nuevos resultados de existencia de controles que insensibilizan ciertos funcionales asociados a la ecuación del calor semilineal cuando en ésta se consideran términos no lineales con crecimiento superlineal. De manera general, la insensibilización de un funcional asociado a una ecuación de estado consiste en encontrar un control —soportado en un pequeño abierto contenido en el dominio— tal que este funcional sea localmente insensible a pequeñas perturbaciones de la condición inicial y/o de contorno (cf. [1], [2], [3]).

Consideraremos la ecuación del calor semilineal

$$\partial_t y - \Delta y + f(y) = \text{"término fuente conocido"} + \text{"término de control a determinar"},$$

a la que añadimos una condición de Dirichlet homogénea y un dato inicial parcialmente desconocido. Probaremos la existencia de un control que insensibiliza la norma L^2 de una observación de la solución en un abierto $\mathcal{O}$ cuando el término no lineal $f(y)$ crece en el infinito por debajo de $|y|\log(1+|y|)$. La prueba utiliza desigualdades globales de Carleman para un sistema parabólico, regularidad parabólica y una técnica de punto fijo.

Este trabajo está inspirado en una conjetura sobre controles insensibilizantes para sistemas parabólicos planteada por el Profesor J.L. Lions en [1].

[1] Lions, J.L.: Quelques notions dans l'Analyse et le Contrôle de Systèmes à données incomplètes, Actas del XI CEDYA, 43-54 (1989)
[2] Bodart, O., Fabre, C.: Controls Insensitizing the Norm of the Solution of a Semilinear Heat Equation, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 195, 658-683 (1995)
[3] Luz de Teresa: Insensitizing controls for a semilinear heat equation, Commun.in Partial Differential Equations, 25 (1 y 2), 39-72 (2000)

43 Bifurcaciones en los reguladores electrónicos DC-DC

Autor: Eliezer Toribio

Afiliación: Dep. Física Aplicada
Universitat Politècnica de Catalunya
c/Jordi Girona, 1
08034 Barcelona

E-mail: toribio@fa.upc.es

Colaboradores: Luis Benadero, Emili Sánchez, Vanessa Moreno

Las fuentes electrónicas de potencia conmutadas son sistemas dinámicos altamente no lineales (no smooth) que suministran una tensión continua requerida a una carga utilizando la energía de una fuente primaria de potencia. Las fuentes conmutadas han desplazado a las no conmutadas en gran número de aplicaciones debido a su mayor rendimiento energético y flexibilidad.

Una fuente conmutada regulada (regulador) consta de dos circuitos: Un circuito de potencia, (o convertidor DC-DC), que convierte el nivel de tensión de la fuente primaria en el nivel de tensión requerido de salida, y de un circuito de control, que regula la tensión de salida frente a variaciones de sus parámetros. El convertidor usa conmutadores controlados por pulsos provenientes del circuito de control para transferir energía desde la fuente primaria hacia una bobina, y desde ella a la carga. Por ello presenta secuencialmente en el tiempo diferentes topologías lineales, por lo que es un sistema de estructura variable (VSS). Las variables de estado de los convertidores fundamentales son la corriente en su bobina y la tensión en un condensador usado para filtrar el rizado de la tensión de salida. El circuito de control modifica la duración de los pulsos de control (control PWM) mediante una realimentación de la desviación de la tensión de salida actual respecto de la requerida, usando las variables de estado y ayudándose de una señal auxiliar periódica de periodo T.. Por ello el regulador completo es un sistema dinámico no autónomo 3D.

El sistema de ecuaciones de estado de los reguladores PWM consta de una EDO lineal 2D por cada topología, mas una ecuación algebraica correspondiente al control, que decide cual de las topologías actúa en cada instante. Su alta no linealidad hace que los reguladores puedan presentar, dependiendo de los valores de los parámetros, un conjunto límite formado por ciclos límite 1T y kT, puntos fijos, atractores toroidales y extraños. El número de parámetros del modelo depende de la finura deseada y típicamente es del orden de siete, número que se reduce en tres unidades mediante transformaciones de escala.

Cuando algunos parámetros cambian, varía el número,localización, forma y estabilidad de los elementos del conjunto límite, produciéndose secuencias de bifurcaciones algunas de las cuales están descritas en la bibliografía. La dinámica ordinaria del regulador es un ciclo límite 1T, y su estabilidad se describe mediante la matriz jacobiana J asociada a las perturbaciones de uno cualquiera de sus puntos, determinado por la aplicación de Poincaré estroboscópica de periodo T. Dicha matriz J se ha obtenido por cálculo numérico ya que no tiene una expresión analítica cerrada excepto en el caso de que T ¡¡ 1 (modelo de promediado).

En este trabajo se presentan algunas rutas mediante secuencias de circulos de Mohr significativos asociados a J. A diferencia de otras representaciones gráficas, el circulo de Mohr permite, por una parte, presentar la información numérica completa de J (coeficientes, valores propios, vectores propios, traza, determinante, y discriminante), y por otra, identificar y clasificar visualmente de forma sencilla las bifurcaciones a través de la posición del circulo de Mohr respecto de los ejes coordenados.

44 Identificación de las acciones del técnico de control de una Estación Depuradora de Aguas Residuales

Autor: Miguel Ángel Jaramillo Morán

Afiliación: Universidad de Extremadura.
Esc. de Ing. Industriales,
Avda de Elvas s/n.
Badajoz, 06071

E-mail: miguel@unex.es

Colaboradores: Juan Carlos Peguero Chamizo(Centro Universitario de Mérida), Enrique Martínez de Salazar(Esc. de Ing. Industriales), Montserrat García del Valle(Esc. de Ing. Industriales)

La complejidad de la dinámica del sistema junto con el hecho de que los valores de algunas de las variables de la planta hacen que el control de una Estación Depuradora de Aguas Residuales no pueda efectuarse medianta la utilización de controles automáticos. Es por ello necesario recurrir a un técnico de control. Éste se basa en la observación de algunas propiedades visualemente perceptibles de los líquidos de la planta y en los valores retardados de sus variables para, basándose en su experiencia, decidir los ajustes de los parámetros sobre los que ejerce control. De éstos se puede considrear como más importante la Constante de Recirculación de Biolodos. Se propone el uso de una Red Neuronal para identificar la serie de valores de la citada constante que han sido decididos por el técnico. Esta identificación pretende reproducir sus acciones de control basadas en apreciaciones subjetivas asociándolas con mediadas precisas de las variables de la planta. Para ello se define una red neruonal que tiene como entradas las mismas que la planta junto con las variables dinámicas que la definen, siendo la salida el valor del parámetro que contola la Recirculación de Biolodos. Todos ellos proceden de mediciones efectuadas en una planta real. Una vez que la red ha aprendido está en condiciones de efectuar un control basado en la experiencia del técnico pero utilizando los valores de las variables de la planta. Esto permitiría la incluisión de la red desarrollada como controlador de la dinámica de la estación si fuera posible medir sus variables. Como en la actualidad eso no puede realizarse se ha simulado una planta incluyendo la red como controlador, proporcionando un comportamiento muy parecido al del técnico humano.

45 Periodos de aplicaciones de espacios 1–dimensionales

Autor: David Juher Barrot

Afiliación: Universidad de Girona
c/Lluís Santaló s/n
Girona, 17071

E-mail: juher@ima.udg.es

WWW: http://ima.udg.es/~juher

Colaboradores: Lluís Alsedà Soler (U. Autónoma de Barcelona), Pere Mumbrú Rodríguex (U. de Barcelona)

Se estudia qué estructura tienen los conjuntos de números naturales que pueden corresponder al conjunto de los periodos de todas las órbitas periódicas de una aplicación continua definida en un árbol cualquiera, al modo del Teorema de Sharkovskii (1964) para aplicaciones continuas en el intervalo (árbol con una única arista). Los conjuntos resultantes son uniones finitas de segmentos iniciales de los órdenes de Baldwin (introducidos en 1991 para el estudio del problema restringido a los árboles con n aristas y un único vértice). Se dará un esquema de la demostración, que consta esencialmente de tres etapas: estudio de las aplicaciones de dinámica mínima (monótonas a trozos), paso de periodos al caso general utilizando herramientas de la teoría de los puntos fijos de Nielsen (patterns de conjuntos finitos de grafos) y caracterización aritmética del conjunto resultante.

46 Studying Ocean Convection Modeling with Asymmetric Quartic Maps

Autor: Jason Alfredo Carlson Gallas

Afiliación: Instituto de Física,
Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
91501-970 Porto Alegre, Brasil.

E-mail: jgallas@if.ufrgs.br

WWW: http://www.if.ufrgs.br/~jgallas

Colaboradores: Pedro Gonçalves Lind (Universidade de Lisboa), João Corte-Real (Universidade de Évora, Portugal)

We consider a two-dimensional lattice of asymmetric bistable quartic maps to study ocean convection parameterization. The 2D lattice involves 16×16 discrete sites, corresponding to typical grid resolutions used for the North Atlantic. Convective states are codified using the pair of fixed points of a quartic map: the upper (lower) fixed point correponds to a convective (non-convective) state. In this way the entire lattice represents the possible regimes observed in the ocean, either monostable *or* bistable This simple model retains important features of the usual grid models. In addition to eddy diffusion, our model incorporates advection. The relative impact of both effects is investigated separately. The final steady state of convective cells is studied as a function of the magnitude and direction of the advective velocity. This investigation is needed to understand the specific role of grid geometry in ocean modeling.

47 ¿Son las funciones simples tan simples?

Autor: Alejo Barrio Blaya

Afiliación: Universidad de Murcia
Facultad de Matemá ticas,
Campus Universitario de Espinardo
30100, Murcia

E-mail: abb1@alu.um.es

Colaboradores: Víctor Jiménez López (Universidad de Murcia)

Usualmente, la dinámica de las funciones continuas del intervalo de tipo menor que 2^∞ en el orden de Sarkovskii se considera "trivial", pues es bien conocido que todos sus puntos son asintóticamente periódicos. Pero esto puede ser engañoso: existen funciones de tipo 1 que exhiben dependencia sensible respecto de las condiciones iniciales (en el sentido de Guckenheimer [Gu]). Mostraremos que, bajo ligeras condiciones de regularidad para la función (que se cumplen si, por ejemplo, es monótona a trozos o de clase C^1 a trozos), tipo menor que 2^∞ implica la ausencia de dependencia sensible respecto de las condiciones iniciales. Este resultado se obtendrá como un corolario de un teorema de estructura para dichas funciones.

[Gu] J. Guckenheimer, *Sensitive dependence to initial conditions for one-dimensional maps,* Comm. Math. Phys. **70** (1979), 133–160.

48 Estabilidad Asintótica en Ecuaciones Logísticas con retraso.

Autor: Clotilde Martínez Álvarez

Afiliación: Universidad de Granada
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales,
Campus de Cartuja
Granada, 18071

E-mail: clotilde@ugr.es

Colaboradores: Eduardo Liz Marzán (U.de Vigo), Teresa Faria da Paz Pereira (U. de Lisboa).

El comportamiento global de las soluciones de la ecuación tipo Lotka-Volterra

$$x'(t) = -(1 + x(t))b(t)L(x_t)$$

ha sido ampliamente estudiado en los últimos años entre otros por Kuang, Smith, So y Yu, Haddock, Lenhart y Travis.

En este trabajo, usando ideas similares a las empleadas por So-Yu y Lenhart-Travis, estudiamos el comportamiento asintótico de las soluciones positivas de la ecuación logística con retraso finito con una linealidad autónoma,

$$x'(t) = x(t)b(t)[1 - L(x_t)],$$

donde L es un operador lineal positivo.

Obtenemos condiciones suficientes para la estabilidad global del equilibrio positivo, algunas de ellas no dependen de la longitud de los retrasos. Se trata de condiciones distintas de las que a menudo se encuentran en la literatura, en el sentido de que relajamos el requisito usual de que L tiene una componente sin retraso que domina a la parte con retraso.

Además se establecen condiciones suficientes para asegurar que el equilibrio positivo es la única solución global que es acotada y uniformemente positiva. Será clave para ello analizar el comportamiento asintótico de las soluciones positivas cuando $t \to -\infty$.

Deducimos que, bajo ciertas condiciones fáciles de comprobar, se puede estimar la distancia en el futuro entre la solución $x(t)$ y el equilibrio en términos de la distancia entre ellos en el pasado.

Finalmente los resultados obtenidos serán utilizados para abordar la estabilidad asintótica de la ecuación no autónoma

$$x'(t) = x(t)b(t)[a(t) - L(t, x_t)],$$

con $L(t, .)$ operador lineal y positivo para todo t. Se incluyen ejemplos interesantes de ecuaciones diferenciales con retraso utilizadas para la dinámica de una población de especie única que ilustrarán nuestros resultados.

49 Oscilaciones paramétricas en columnas de agua

Autor: Arturo Olvera Chávez

Afiliación: FENOMEC-IIMAS-UNAM
Ciudad Universitaria
México, D.F. 04510
México

E-mail: aoc@mym.iimas.unam.mx

WWW: http://mym.iimas.unam.mx

Colaboradores: Steven Czitrom (UNAM), Esteban Prado (UNAM)

En los últimos años se ha hecho mucho esfuerzo en desarrollar mecanismos para obtener energía a partir del oleaje del mar. Uno de los sistemas más utilizados es el de columnas de agua resonantes a la frecuencia del oleaje. En la UNAM se ha desarrollado un prototipo llamado SIBEO (Sistema de bombeo por energía de oleaje) que utiliza la energía de oleaje para bombear agua de mar a lagunas costeras, puertos, etc. El modelo matemático de este sistema de bombeo se puede obtener integrando un linea de corriente desde la superficie del mar hasta la cámara de compresión de la bomba, de esta forma se obtiene un sistema de dos ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden. Este modelo ha sido estudiado de forma asintótica y numérica, los resultados obtenidos concuerdan bastante bien con los datos experimentales del prototipo.

Actualmente se ha desarrollado nuevas ideas de utilizar resonancia paramétrica para excitar la columna de agua y obtener mayor eficiencia en el bombeo de agua. En este trabajo se expone el modelo matemático, el cual se reduce a una ecuación tipo Mathieu no lineal del tipo: $\ddot{x}+(\omega_0^2+\epsilon\sin(\Omega t))x+\epsilon\alpha x^2+\epsilon\beta x^3+\epsilon\gamma\dot{x}|\dot{x}|+\epsilon\delta\dot{x}^2=0$, donde los términos no lineales corresponden al efecto no lineal de la cámara de compresión ($\epsilon\alpha x^2+\epsilon\beta x^3$) y los efectos de fricción y creación de vórtices en la columna resonante ($\epsilon\gamma\dot{x}|\dot{x}|+\epsilon\delta\dot{x}^2$). Utilizando metodos perturbativos como la teoría de escalas múltiples de tiempo, se puede obtener los comportamientos asintóticos del modelo. Estos resultados son comparados con la simulación numérica, los cuales coinciden con las predicciones asintóticas. Este tipo de resonancia puede ser utilizado para mover fluidos de distintos tipos aprovechando la energía del oleaje.

50 Variedades de órbitas periódicas en sistemas tridimensionales lineales a trozos

Autor: Victoriano Carmona Centeno

Afiliación: Universidad de Sevilla
E.U. Politécnica,
c/Virgen de África, 7
Sevilla, 41011

E-mail: carmona@platero.eup.us.es

WWW: http://www.ma2.us.es/~gisdi

Colaboradores: Emilio Freire Macías, Enrique Ponce Núñez, Francisco Torres Peral(U. Sevilla)

Se estudia la dinámica de un sistema lineal a trozos en R^3 que presenta una degeneración asociada a la pérdida de controlabilidad. El sistema está configurado por la unión continua de dos campos lineales en un plano de separación. El sistema es observable, pero no controlable, debido a la existencia de un par de autovalores imaginarios puros común a los dos campos lineales. En estas condiciones, el sistema puede interpretarse como el acoplamiento de un oscilador armónico lineal y una ecuación diferencial escalar lineal a trozos con dos parámetros, lo que permite llegar a una ecuación reducida unidimensional excitada periódicamente.

A partir del análisis pormenorizado de dicha ecuación reducida se obtiene el siguiente resultado. En el plano de parámetros aparecen regiones con tres comportamientos dinámicos diferentes:

1. Dinámica caracterizada por la ausencia de equilibrios y órbitas periódicas. Todas las órbitas son no acotadas.

2. Un sólo equilibrio de tipo topológico silla-centro que pertenece a una variedad no acotada foliada por un continuo de órbitas periódicas isócronas.

3. Dos equilibrios de tipo topológico silla-centro que pertenecen a una variedad acotada foliada por un continuo de órbitas periódicas isócronas.

El interés del resultado anterior queda de manifiesto al considerar perturbaciones del sistema no controlable considerado, que dan lugar a otras dinámicas de gran riqueza y complejidad, como se observa en distintas simulaciones numéricas.

51 Resolución de las ecuaciones de cierre para sistemas diferenciales lineales a trozos en el plano

Autor: Eduardo Nuñez Martinez

Afiliación: Universidad Autónoma de Barcelona
Dpto. Ciencies,
Bellaterra, 08193

E-mail: edunun@teleline.es

Colaboradores: Antonio E. Teruel (Universitat Autónoma de Barcelona)

Decidir sobre la existencia de ciclos límite y en tal caso conocer el número y la localización de estos, es uno de los problemas más importantes dentro de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales en el plano. Nuestro trabajo se centra en el caso particular de los sistemas diferenciales lineales a trozos.

Hasta el momento, el planteamiento de las aplicaciones de Poincaré que se obtienen tomando las secciones transversales sobre las fronteras entre las diferentes zonas donde el sistema es lineal, se ha revelado como uno de los métodos más efectivos en el estudio de los ciclos límite. El enfoque que presentamos se caracteriza por ser más potente y sintético que el anterior, y estár basado en el planteamiento de las ecuaciones de cierre a partir de integrales primeras. Este planteamiento permite a su vez, desarrollar un método alternativo para la resolución de las ecuaciones de cierre que no hace alusión a las aplicaciones de Poincaré.

52 Ciclos límite en ecuaciones de Abel cúbicas.

Autor: Joan Torregrosa Arús

Afiliación: Universitat Autònoma de Barcelona
Edifici C, Dept. de Matemàtiques
08193 Bellaterra, Barcelona

E-mail: torre@mat.uab.es

WWW: http://mat.uab.es/sisdin/people/jtorregrosa.html

Colaboradores: Armengol Gasull Embid (U. Autònoma de Barcelona), Rafel Prohens (U. Illes Balears)

Los sistemas de ecuaciones diferenciales

$$(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}) = (-y + xF(x,y), x + yF(x,y)),$$

son invariantes por una rotación y se conocen como sistemas rígidos. Estos sistemas se pueden transformar, usando coordenadas polares, en una ecuación de la forma

$$\frac{dr}{d\theta} = rF(r\cos\theta, r\sin\theta).$$

Dada una función $F(x,y) = a + F_n(x,y) + F_m(x,y)$ con a un parámetro real, $F_i(x,y)$ polinomios homogéneos de grado i para $i = n, m$ i $n \neq m$, hemos estudiado, para valores pequeños de n i m, el número de ciclos límite (soluciones periódicas aisladas) que pueden presentar estos sistemas en un entorno del origen, que es el único punto de equilibrio. El caso más simple en el que no se obtiene un sólo ciclo límite se da para $n = 1$ y $m = 2$. Usando diversas técnicas de perturbación, globales y locales, demostraremos que este sistema cúbico

$$\frac{dr}{d\theta} = ar + (b\cos\theta + c\sin\theta)r^2 + (d\cos^2\theta + e\sin\theta\cos\theta + f\sin^2\theta)r^3,$$

conocido como ecuación de Abel, tiene, para algunos valores de los parámetros 2 ciclos límite como mínimo. Un problema mucho más interesante consiste en estudiar cual es el número máximo de ciclos límite que pueden presentar estos sistemas cúbicos, para ello usamos la representación en la esfera de Poincaré. En este contexto, aunque el infinito es un continuo de puntos de equilibrio, estos sistemas, para algunos valores de los parámetros, pueden presentar algunos equilibrios, en el infinito, especiales. En función del número de estos se puede dar una respuesta parcial a este problema. En particular podemos probar que para una región del espacio de parámetros esta cota es 0 o 1. Todos los estudios que hemos hecho para otros casos, nos indican que este tipo especial de sistemas cúbicos no tendrá más de 2 ciclos límite.

53 Globally-linked vortex clusters in trapped wave fields

Autor: Lucian-Cornel Crasovan

Afiliación: Laboratory of Photonics, Universitat Politecnica de Catalunya, Campus Nord, C. Jordi-Girona 1-3, 08034 Barcelona, Spain

E-mail: crasovan@upc.tsc.es

WWW: http://www.theory.nipne.ro/NLO

Colaboradores: Gabriel Molina-Terriza (U. Politecnica de Catalunya), Juan P. Torres (U. Politecnica de Catalunya), Lluis Torner (U. Politecnica de Catalunya), Víctor M. Pérez-García (U. Castilla-La Mancha), Dumitru Mihalache (Institute of Atomic Physics, Bucharest, Romania)

We put forward the existence of a rich variety of fully stationary vortex structures, termed H-clusters, made of an increasing number of vortices nested in paraxial wave fields confined by trapping potentials. However, we show that the constituent vortices are *globally linked*, rather than products of independent vortices. Also, they always feature a *monopolar* global wave front and exist in nonlinear systems, such as Bose-Einstein condensates. Clusters with multipolar global wave fronts are non-stationary or at best flipping.

54 Dinámica de la propagación de una llama sobre combustibles líquidos

Autor: Eugenio Degroote Herranz

Afiliación: Universidad Politécnica de Madrid
E.U.I.T. Agricolas
c/Ciudad Universitaria, s/n
Madrid, 28040

E-mail: edegroote@agricolas.upm.es

Colaboradores: Pedro Luis García Ybarra (CIEMAT)

La observación experimental de la propagación de una llama sobre combustibles líquidos ha permitido detectar la existencia de la menos cinco regiones distintas de propagación, dependiendo de la temperatura superficial inicial del combustible utilizado (T_∞). Su estudio ha sido extendido a diversos combustibles, observándose en todos los casos comportamientos idénticos. Se ha realizado un estudio detallado de las temperaturas de transición entre los distintos regímenes. A diferencia de los combustibles sólidos, se observa, en el caso de los combustibles líquidos, la aparición una zona de convección termocapilar delante de la llama que, al modificar las condiciones de transferencia térmica entre ambas fases, modifica las condiciones de propagación en cada régimen de avance. La longitud característica de esta zona ha sido determinada experimentalmente con precisión. Nuestro estudio, ratificado por los datos experimentales, nos ha permitido obtener un modelo general de propagación de una llama sobre combustible líquido, en el que, por primera vez, se conocen los distintos mecanismos que intervienen en el proceso en un rango de temperaturas extremadamente amplio.
La aparición de los distintos mecanismos de transferencia térmica entre las fases gaseosa y líquida resulta estar determinada por dos velocidades características: la velocidad de propagación de la llama (v_f) y la velocidad característica del liquido situado delante de ésta (u_s). Nuestro análisis nos lleva, además, a definir el parámetro adimensional $S = \frac{u_s}{v_f}$. Los resultados experimentales nos muestran que el valor que toma el parámetro S en las distintas temperaturas críticas posee características "universales", independientes del combustible utilizado y de la configuración experimental.

55 Doblado de vórtices y otros fenómenos no lineales en condensación de Bose-Einstein

Autor: Juan José García Ripoll

Afiliación: Instituto Max-Planck de Óptica Cuántica
Hans-Kopfermann Str. 1
Garching bei München, D-85748
Alemania

E-mail: jlr@mpq.mpg.de

Colaboradores: Víctor M. Pérez-García (U. de Castilla-La Mancha)

En esta charla mostraré algunos efectos intrísecamente no lineales que surgen en el estudio de condensados de Bose-Einstein.

Dichos condensados, en el régimen de confinamiento armónico débil, bajas densidades y bajas interacciones, pueden ser descritos mediante una ecuación de Schrödinger no lineal

$$i\partial_t\psi(\mathbf{x},t) = \left[-\triangle + \omega_\perp^2(x^2+y^2) + \omega_z^2 z^2 - i\Omega\partial_\theta + U\|\psi\|^2\right]\psi,$$

donde $|\psi(\mathbf{x},t)|^2$ representa la densidad de átomos en un punto del espacio, U determina la interacción entre átomos, Ω es la velocidad de rotación de la trampa que los confina, y $\theta = \arctan(x/y)$ es el ángulo en coordenadas cilíndricas.

Las soluciones estacionarias de la ecuación de Schrödinger no lineal ($|\psi(\mathbf{x},t)| = $ cte.) representan configuraciones más o menos inmutables del sistema. En la charla mostraremos que existen dos tipos de ruptura de simetría. Una que conduce a la nucleación de vórtices, o corrientes superfluídas con aspecto de remolinos, cuando la trampa gira con suficiente velocidad ($\Omega > \Omega_c > 0$). La segunda ruptura de simetría implica el doblado de estos vórtices en trampas alargadas ($\omega_z < 2\omega_\perp$). Dicho "doblado" implica que los extremos del remolino se comban de forma estable, dando lugar a una configuración sin simetría cilíndrica que ha sido verificada experimentalmente.

Para la demostración teórica del doblado ha sido necesario desarrollar nuevos algoritmos de optimización numérica. Caracterizando las soluciones estacionarias como puntos críticos de un funcional de energía no lineal, hemos demostrado la existencia de mínimo, y posteriormente hemos encontrado numéricamente dichos mínimos mediante una técnica de descenso rápido basada en una redefinición del gradiente.

[1] *"Vortex nucleation and hysteresis phenomena in rotating Bose-Einstein condensates"*, J. J. García-Ripoll, V. M. Pérez-García, Phys. Rev. A. **63**, 041603 (2001).
[2] *"Optimizing Schroedinger functionals using Sobolev gradients: Applications to Quantum Mechanics and Nonlinear Optics"*, J. J. García-Ripoll, V. M. Pérez-García, SIAM Jour. Sci. Comput. **23**, 1315 (2001).
[3] *"Vortex bending and tightly packed vortex latices in Bose-Einstein condensates"*, J. J. García-Ripoll, V. M. Pérez-García, Phys. Rev. A, **64**, 053611 (2001).

Los trabajos citados de los autores están disponibles en `http://matematicas.uclm.es/nolineal` en la página `Research`.

56 Solitones de cavidad en un láser de dos niveles en presencia de efectos de campo local

Autor: Veronica Ahufinger Breto

Afiliación: Grup Optica. Departament de Física
Universitat Autonoma de Barcelona
Edifici Cc. E-08193 Bellaterra (Barcelona)

E-mail: Veronica.Ahufinger@uab.es

Colaboradores: M. C. Torrent,J. García-Ojalvo, R. Vilaseca (Universitat Politecnica de Catalunya) J. Mompart(Institute of Theoretical Physics, University of Hannover), R. Corbalán (U. Autonoma de Barcelona)

En medios densos, cuando las interacciones dipolo-dipolo no son despreciables, el campo efectivo que actúa en un átomo/molécula no es el campo macroscópico sino el llamado campo local [1]. La introducción de los efectos de campo local lleva a la predicción de un gran número de interesantes fenómenos en sistemas ópticos, como por ejemplo desplazamientos espectrales hacia el rojo, biestabilidad óptica sin espejos, efectos "piezophotonic", y aumento de la ganancia sin inversión y del índice con absorción nula en los láseres sin inversión de población [2]. Como ejemplo, una densidad de 10^{17} átomos/cm^3 de átomos de sodio es suficiente para producir un desplazamiento de cerca de 1 GHz de la línea D del sodio. Es conocido también que los láseres de área ancha de dos niveles en presencia de ensanchamiento homogéneo presentan una asimetría fundamental con respecto al signo de la desintonia de la cavidad [3]. En concreto, si la cavidad está sintonizada por encima de resonancia, la emisión es en forma de onda plana longitudinal a lo largo del eje de la cavidad pero si la cavidad está sintonizada por debajo de resonancia, la emisión se produce fuera de eje. En este caso, el vector de ondas óptico puede desarrollar una componente transversal que permite aumentar la frecuencia del campo para hacerlo energéticamente resonante con la transición sin perder la resonancia con la cavidad. En este trabajo se analiza el papel de los efectos de campo local en la dinámica espacio-temporal de los láseres de dos niveles de área ancha con ensanchamiento homogéneo. En primer lugar, se ha estudiado analíticamente el comportamiento de los láseres de dos niveles en presencia de interacciones dipolo-dipolo caracterizando dos efectos: (i) el desplazamiento Lorentz y (ii) la biestabilidad. Posteriormente, se ha realizado la extensión hacia láseres de área ancha mostrando que las posibles regiones de biestabilidad, para valores del bombeo incoherente superiores a un cierto umbral, se localizan alrededor del número de ondas transverso nulo. No obstante, existen otras regiones de números de ondas transversos en las que, para el mismo valor del bombeo incoherente, el sistema puede emitir fuera de eje. Este hecho hace que la solución apagada del láser en la región de biestabilidad sea inestable bajo fluctuaciones del número de ondas transverso. Al ser éste una variable libre del sistema, podemos decir que la inclusión de la dependencia espacial transversal destruye la biestabilidad. No obstante, la utilización de un filtro de Fourier nos ha permitido reducir el rango de números de ondas alcanzable por el sistema, restaurando la biestabilidad. Como consecuencia, utilizando un filtro pasa bajos, hemos mostrado que el sistema de dos niveles considerado puede emitir en forma de estructuras localizadas, en particular de solitones de cavidad.

[1] R. W. Boyd, Nonlinear Optics, Academic Press. (San Diego, 1992).
[2] Y. Ben-Ayreb et al., Phys. Rev. A 34, 3917 (1986). R. Friedberg et al., Phys. Rev. A 40, 2446 (1989). J. P. Dowling et al., Phys. Rev. Letters 70, 1421 (1993). A. S. Manka et al., Phys. Rev. Letters 73, 1789 (1994).
[3] Jakobsen et al., Phys. Rev. A 45,8129 (1992). Jakobsen et al., Phys. Rev. A 49, 4189 (1994).

57 Comportamiento asintótico para el sistema de Vlasov-Poisson en el caso gravitacional

Autor: Óscar Sánchez Romero

Afiliación: Universidad de Granada
Departamento de Matemática Aplicada,
Campus de Fuentenueva s/n
Granada, 18071

E-mail: ossanche@ugr.es

Colaboradores: Juan Soler (U. Granada)

El objetivo de esta exposición es estudiar el comportamiento para tiempos grandes de las soluciones del sistema se Vlasov-Poisson en el caso gravitacional

$$\partial_t f + v\nabla_x f - \nabla_x \phi \nabla_v f = 0\,,$$

$$f(t=0,x,v) = f_0(x,v)\,,$$

$$\Delta_x \phi = 4\pi\rho \qquad \lim_{|x|\to\infty} \rho(t,x) = 0,$$

donde $\rho(t,x) = \int_{\mathbb{R}^3} f(t,x,v)\,dv$ es la función de densidad. Para ello, analizaremos la evolución temporal tanto de las energías cinética y potencial como del momento de inercia y normas $\mathrm{L}^p(\mathbb{R}^3)$ de la función de densidad. Obtendremos que la energía cinética de las soluciones clásicas con energía finita está acotada. Estas cotas serán óptimas ya que las funciones que minimizan las estimaciones deducidas son soluciones estacionarias de este sistema, que además son las soluciones de mínima energía. Por otro lado, basándonos en la invarianza Galileana del sistema y en la ecuación de dispersión demostraremos la existencia de cotas inferiores para la normas $\mathrm{L}^p(\mathbb{R}^6)$ de las soluciones y para la energía potencial. Dependiendo de los valores de la energía total, masa y momento, que son invariantes del sistema, deduciremos que o bien la energía potencial y las normas L^p estan acotatas inferiormente o bien que su decrecimiento es siempre superior a $t^{-\alpha}$. En este segundo caso probaremos además que hay dispersión de la masa en el sentido en que la varianza de la función de densidad crece con el tiempo.

58 Sistemas elípticos de comportamiento singular en la frontera

Autor: José Sabina de Lis

Afiliación: Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna,
c/Astrofísico Francisco Sánchez
38271-La Laguna (Tenerife)

E-mail: jsabina@ull.es

WWW: http://anamat1.csi.ull.es

Colaboradores: Jorge García Melián, Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna

En esta ponencia discutiremos algunos resltados de existencia y unicidad para sistemas elípticos competitivos bajo el formato $-\Delta u = -v^p$, $-\Delta v = u^q$, $x \in \Omega$, donde $\Omega \subset \mathbf{R}^N$ es un dominio acotado suficientemente regular, $p > 1$, $q > 1$. El aspecto relevante consiste en el estudio de soluciones clásicas positivas $u, v \in C^2(\Omega)$ a las que se fuerza a satisfacer la condición de contorno singular $u_{|\partial\Omega} = v_{|\partial\Omega} = +\infty$, es decir $\lim u(x) = \lim v(x) = +\infty$ cuando la distancia $dist\,(x, \partial\Omega) \to 0$. A diferencia del caso escalar $-\Delta u = -u^p$, $x \in \Omega$, $u_{|\partial\Omega} = +\infty$, $p > 1$, la gran dificultad del problema reside en la imposibilidad de usar técnicas estándar de comparación.

59 Un modelo para el análisis de imágenes en color

Autor: Bartomeu Coll Vicens

Afiliación: Universitat de les Illes Balears
Dep. Matemàtiques i Informàtica,
Ctra. Valldemossa, Km. 7,5 07071 Palma de Mallorca

E-mail: dmitcv0@clust.uib.es, vdmijlr0@clust.uib.es

WWW: http://dmi.uib.es/~ lisani/TMISD/indexTMISD.html

Colaboradores: José Luis Lisani Roca

En el campo de la visión por ordenador, el procesamiento o análisis de las imágenes es uno de los objetivos básicos. La técnicas utilizadas nos permiten capturar, transmitir y extraer información de las imágenes digitales, de acuerdo con lo que es relevante para la percepción humana. Algunos de los temas clave de la visión por ordenador están relacionados con el estudio de la percepción visual y la compresión, restauración, filtrado y reconstrucción de imágenes. Las aplicaciones son múltiples: tratamiento de imágenes médicas, de imágenes de satélite, reconocimiento de formas, etc.

Una imagen digital se modela a partir de una función real $u(x)$, definida en el dominio $\Omega \subseteq \Re^2$ de la imagen, donde $u(x)$ representa el nivel de gris o intensidad asociado al punto x. Matemáticamente, el modelo más apropiado para imágenes consiste en imponer que $u \in BV(\Omega)$ (espacio de las funciones de variación acotada), para las cuales,por un teorema clásico de la teoría de la medida geométrica, el conjunto de discontinuidades es rectificable, es decir, contenido en una reunión numerable de curvas de longitud finita. Clásicamente, los contornos o lineas de discontinuidad de la imagen, han sido considerados los objetos básicos de la visión y diversas técnicas del análisis funcional han sido propuestas para su definición. En un trabajo reciente, Caselles-Coll-Morel proponen una definición diferente de la estructura básica de la imagen, el mapa topográfico, una descripción de la imagen a partir de sus líneas de nivel. Esta estructura representa una clase de imágenes invariante respecto a los cambios de contraste (la información de la imagen, la geometría subyacente, es la misma si modificamos el contraste de la luz). Basándose en métodos probabilísticos, se han definido recientemente las líneas de nivel significativas del mapa topográfico de una imagen de nivel de gris.

En este trabajo se propone una definición de dichas líneas significativas para el caso de imágenes en color. Una imagen en color se modela como una función de $\Omega \rightarrow \Re^3$ que asigna a cada punto del dominio de la imagen una tripleta de valores (R, G, B), cada uno de los cuales representa la intensidad de una componente o canal del color en dicho punto (roja, verde o azul, respectivamente). Básicamente y siguiendo el trabajo de Caselles-Coll-Morel, se considera que la información geométrica de la imagen está contenida en el mapa topográfico de la luminancia o componente de nivel de gris de la imagen de color. La información del color se añade entonces al mapa topográfico considerando el valor del gradiente de cada uno de los canales, condicionado al gradiente de la luminancia ($\nabla U|_L = \nabla U \cdot \nabla L$, $U \in \{R, G, B\}$). Por otra parte, y a partir del modelo de filtrado no lineal dado por la ecuación en derivadas parciales de tipo parabólico $u_t = |\nabla u| div(\frac{\nabla u}{|\nabla u|})$, proponemos un nuevo modelo de filtrado, adaptado a las imágenes en color, dado por la ecuación $u_t = D^2U(\frac{\nabla L^\perp}{|\nabla L^\perp|}, \frac{\nabla L^\perp}{|\nabla L^\perp|})$, donde L es la componente de la luminancia y $U \in \{R, G, B\}$.

60 Estudio matemático de un modelo acoplado estacionario de tipo Stokes-viga

Autor: Carlos Vázquez Cendón

Afiliación: Universidade da Coruña
Facultad de Informática,
Departamento de Matemáticas
Campus Elviña s/n,
15071-A Coruña

E-mail: carlosv@udc.es

Colaboradores: Guy Bayada (INSA de Lyon), Begoña Cid (Universidad de Vigo), Michele Chambat (UCB-Lyon I)

En este trabajo se estudia la existencia de solución para un problema acoplado de fluido-estructura estacionario. En concreto, suponemos un fluido que se modela mediante las ecuaciones de Stokes:
Encontrar $(\hat{\mathbf{u}}, p)$ tal que

$$\begin{cases} -\Delta\hat{\mathbf{u}} + \nabla p = & 0 & \text{en } \tilde{\Omega} \\ div\,\hat{\mathbf{u}} = & 0 & \text{en } \tilde{\Omega} \\ \hat{\mathbf{u}} = & \hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{0}} & \text{sobre } \partial\tilde{\Omega}. \end{cases}$$

donde $\tilde{\Omega} = \{(x_1, x_2)/x_1 \in (0,1),\ x_2 \in (0, 1 + d(x_1))\}$, siendo d el desplazamiento normal de la frontera superior del dominio de referencia $\Omega = (0,1)^2$, que para $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{0}}$ verifica las ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{d^4 d}{d\,x_1^4} = p\,n_2 - \dfrac{\partial u_2}{\partial x_1}\,n_1 - \dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}\,n_2 \text{ en } (0,1) \\ \displaystyle\int_0^1 d(x_1)\,dx_1 = 0 \\ d(0) = d(1) = d'(0) = d'(1) = 0. \end{cases}$$

Mediante una técnica de punto fijo y estimaciones de la solución de ambos problemas se demuestra la existencia de solución para el sistema de ecuaciones.

61 Existencia de soluciones resurgentes de una ecuación en derivadas parciales

Autor: Carme Olivé Farré

Afiliación: Universitat Rovira i Virgili
ETS Ingenieros
Avda Països Catalans, 26
Tarragona, 43007

E-mail: colive@etse.urv.es

Colaboradores: David Sauzin (Bureau des Longitudes, CNRS), Tere M. Seara Alonso (U. Politècnica de Catalunya),

Se utiliza la ecuación en derivadas parciales de Hamilton-Jacobi asociada a la de un péndulo con una perturbación rápida en el tiempo, $\ddot{x}+\sin x = \mu \sin x \sin(t/\varepsilon)$, para obtener las variedades invariantes asociadas al punto fijo hiperbólico $(0,0)$. El objetivo es calcular la separación que se produce entre estas variedades debido a la perturbación. El efecto de la escisión de separatrices sobre el sistema es la aparición del caos en la dinámica de las trayectorias.

Con cambios de variables adecuados, la ecuación inicial, que depende de dos parámetros μ y ε, pasa a ser, en primer orden respecto de ε, la llamada ecuación inner:

$$(\partial_\tau + \partial_z)\psi = \frac{z^2}{8}\mu\,(\partial_z\psi)^2 + 2z^{-2}\sin\tau.$$

Esta ecuación tiene una solución formal $\tilde{\psi}$, dada por una serie de potencias en z^{-1} cuyos coeficientes son periódicos en τ. Las dos variedades vienen representadas por dos soluciones de la ecuación, periódicas en τ y asintóticas a $\tilde{\psi}$ cuando $|z| \to +\infty$ en ciertos sectores del plano complejo. Estas soluciones se obtienen por el método conocido como *resumación de Borel* y para estudiar sus propiedades se utilizará la *teoría de la resurgencia de Ecalle*.

Sea R la superficie de Riemann formada por todas la clases de homotopía de los caminos con origen en 0 y final en $\mathcal{C} \setminus i\mathcal{Z}$. La transformada formal de Borel pasa series de $\mathcal{C}[[z^{-1}]]$ a series de $\mathcal{C}[[\zeta]]$. El resultado al que llegaremos es que la solución formal $\tilde{\psi}$ es una función resurgente simplemente ramificada, es decir, que su transformada formal de Borel define un germen de función analítica, la cual se extiende analíticamente a R, siguiendo su continuación analítica sólo pueden encontrarse singularidades polares o logarítmicas y en cada hoja de esta superficie de Riemann tiene crecimiento exponencial. Esta teoría nos permitirá, además, hallar una formula asintótica para las distintas resumaciones de Borel (correspondientes a las dos variedades invariantes) de la serie formal $\tilde{\psi}$.

62 Sobre la estabilidad global asintótica e hipótesis de Markus-Yamabe

Autor: Rafel Prohens Sastre

Afiliación: Universidad de les Illes Balears
Dep. de Mateáticas e Informática,
Cra. de Valldemossa, Km. 7'5
Palma de Mallorca, 07071

E-mail: rafel.prohens@uib.es

Colaboradores: Bartomeu Coll i Vicens (U. de les Illes Balears), Armengol Gasull i Embid (U. Autonóma de Barcelona)

Sea $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ una aplicación de clase $\mathcal{C}^1$, y consideremos la dinámica iterativa dada por,

$$M : \quad x_{n+1} = T(x_n).$$

Supongamos que 0 es un punto fijo de T. Recordemos que el origen de (M) se llama globalmente asintóticamente estable, (GAS), si la sucesión $\{x_n\}_{n=0}^{+\infty}$ tiende a 0 cualquiera que sea $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

Sea $A = (a_{ij})$ una matriz real de orden $n \times n$. Denotemos por $\sigma(A)$ el espectro de A, i.e. el conjunto de valores propios de A, y sea $|A| = (|a_{ij}|)$. Definimos $T'(x) = (\frac{\partial T_i(x)}{\partial x_j})$ la matriz jacobiana de T en el punto $x \in \mathbb{R}^n$. Cuando $T(0) = 0$, podemos escribir $T(x)$ en la forma $T(x) = A(x)x$, donde $A(x)$ es una matriz funcional de orden $n \times n$, no necesariamente única.

Presentaremos condiciones, hipótesis H_c, que aproximen o caractericen en ciertos casos, c, la estabilidad global asintótica, GAS, tanto en los sistemas dinámicos discretos como en los continuos para dimensión n arbitraria. Tomemos

$$A(x) = \int_0^1 DT(sx)\, ds.$$

Definamos como hipótesis H_{dis} (resp. H_{cont}) a la hipótesis que $|\lambda| < 1$ para cada $\lambda \in \sigma(A(x))$ y todo $x \in \mathbb{R}^n$, (resp. Re $(\lambda) < 0$ para cada $\lambda \in \sigma(A(x))$ y todo $x \in \mathbb{R}^n$), asociada al sistema dinámico discreto (resp. continuo).

Para el caso $n = 1$, discreto, la hipótesis H_{dis} es $|A(x)| = |\frac{T(x)}{x}| < 1$, para $x \neq 0$, que es una condición suficiente para la estabilidad global asintótica. La Conjetura de Markus-Yamabe discreta en este caso es $|T'(x)| < 1$. Hemos obtenido que

- (M-Y,dis)$\Rightarrow$(H_{dis})$\Rightarrow$(GAS).
- (M-Y,dis)$\not\Leftarrow$(H_{dis})$\not\Leftarrow$(GAS).

Para el caso $n = 1$, continuo, la hipótesis H_{cont} es $xT(x) < 0$, para $x \neq 0$, que es una condición suficiente para la estabilidad global asintótica. La Conjetura de Markus-Yamabe discreta en este caso es $T'(x) < 0$. los resultados que hemos obtenido son

- (M-Y,cont)$\Rightarrow$(H_{cont})$\Leftrightarrow$(GAS),
- (M-Y,cont)$\not\Leftarrow$(H_{cont}).

Para los casos $n = 2$, 3, tanto discreto como continuo, presentaremos contraejemplos que relacionen las tres condiciones: (M-Y,$\cdot$), $H.$ y GAS.

63 Splitting exponencialmente pequeño y continuación de la transversalidad en un sistema hamiltoniano

Autor: Pere Gutiérrez Serrés

Afiliación: Departament de Matemàtica Aplicada I
Universitat Politècnica de Catalunya
Av. Diagonal 647
08028 Barcelona

E-mail: pere.gutierrez@ma1.upc.es

WWW: http://www-ma1.upc.es/personal/gutierrez.html

Colaboradores: Amadeu Delshams (U. Politècnica de Catalunya) y Tere M. Seara (U. Politècnica de Catalunya)

El splitting de separatrices y su transversalidad es uno de los aspectos fundamentales relacionados con la posibilidad de caos e inestabilidad en sistemas dinámicos, y en particular con la difusión de Arnold en hamiltonianos cercanos a integrables.

Se considera un modelo para el comportamiento de un hamiltoniano cerca de una resonancia simple. Dicho modelo consiste en un hamiltoniano con 3 grados de libertad, $H = H_0^{(\varepsilon)} + \varepsilon^p H_1$, con $p > 0$, de manera que la parte integrable $H_0^{(\varepsilon)}$ posee un toro invariante 2-dimensional, con frecuencias rápidas $\omega/\sqrt{\varepsilon}$, de tipo hiperbólico y cuyas variedades invariantes coinciden. Al añadir la perturbación $\varepsilon^p H_1$, en general dicha coincidencia se rompe, y el método de Poincaré–Melnikov es el procedimiento standard para medir la distancia de splitting y la transversalidad de las intersecciones (homoclínicas) entre las variedades invariantes. El método proporciona una primera aproximación de la *función de splitting* (que mide la distancia), a partir de la *función de Melnikov*. Sobre una sección transversal a las variedades invariantes, ambas son funciones vectoriales periódicas, y pueden expresarse como gradientes de funciones escalares periódicas, denominadas potencial de splitting y de Melnikov [1]. Las intersecciones transversales se estudian como puntos críticos no degenerados del potencial de splitting.

No obstante, la aplicación directa del método de Poincaré–Melnikov viene dificultada por el carácter *singular* del problema para $\varepsilon \to 0$, que conlleva que la función de Melnikov es exponencialmente pequeña en ε, con lo cual el método sólo es válido para una perturbación exponencialmente pequeña, y no de orden ε^p.

En esta comunicación se justifica el uso del método de Poincaré–Melnikov en el caso de una perturbación de orden ε^p, cuando el cociente entre las 2 frecuencias del toro, $\Omega = \omega_2/\omega_1$, tiene buenas propiedades aritméticas: el ejemplo más conocido es el número áureo $\Omega = \left(\sqrt{5}-1\right)/2$. En el ejemplo considerado, se establece que existen 4 intersecciones transversales entre las variedades y, en consecuencia, 4 órbitas homoclínicas transversales, estableciendo además que para $\varepsilon \to 0$ se tiene una continuación de las 4 órbitas homoclínicas, sin que se produzcan bifurcaciones.

Los resultados presentados en esta comunicación se encuentran probados en [2].

[1] A. Delshams y P. Gutiérrez. Splitting potential and the Poincaré–Melnikov method for whiskered tori in Hamiltonian systems. *J. Nonlinear Sci.*, 10(4):433–476, 2000.
[2] A. Delshams, P. Gutiérrez y T.M. Seara. Exponentially small splitting for whiskered tori in Hamiltonian systems. Preprint, 2002.

Los trabajos citados de los autores están disponibles en `http://www-ma1.upc.es` en las páginas `Preprints`, y también en `ftp://ftp-ma1.upc.es` en el directorio `/pub/preprints`.

64 Función de periodo para perturbaciones de centros isócronos.

Autor: Armengol Gasull Embid

Afiliación: Departament de Matemàtiques,
Universitat Autònoma de Barcelona,
O8193 Bellaterra (Barcelona)

E-mail: gasull@mat.uab.es

WWW: http://mat.uab.es/sisdin/people/agasull.html

Colaboradores: Emilio Freire (Universidad de Sevilla), Antoni Guillamon (Universitat Politècnica de Barcelona)

Consider a planar vector field X defined in some region $\mathcal{D}$. Given a transversal section Σ to X for which one has a well defined *Poincaré map* P in $\mathcal{D}$, one can formulate questions like: (1) is the Poincaré map the identity (that is, does X have a continuum of periodic orbits?); if not, (2) how many fixed points does P have? (that is, how many limit cycles does X have in $\mathcal{D}$?); (3) what is the series expansion of P? (in the case that the transversal section starts from a weak focus, what is the value of the *Liapunov constants*?); (4) how many fixed points of P_ε can we obtain for a *neighbouring* vector field $X+\varepsilon\, Y$? When X is a polynomial Hamiltonian vector field and Y is also polynomial this last problem is related with the *weakened 16th Hilbert problem*.

Suppose that we have a critical point which is a centre in $\mathcal{D}$. Each point of Σ is representative of one of the closed orbits and so, the time spent by each orbit to go back to the initial state can be defined as a function $T : \Sigma \longrightarrow \mathbb{R}$, usually called the *period function*. Questions like (1) is the period function a constant function (that is, does X have *isochronicity*?); if not, (2) how many zeroes does T' have? (that is, how many *critical periods* does X have in $\mathcal{D}$?); (3) what is the series expansion of T'? (in the case that the transversal section starts from a centre, what is the value of the *period constants*?), are comparable to those given above for the Poincaré map and have been posed and solved for a number of families of planar vector fields. In this work, we treat a question similar to problem (4) described above: Consider X having an isochronous centre in $\mathcal{D}$. How many zeros of T'_ε can we obtain for a *neighbouring* vector field $X_\varepsilon = X+\varepsilon\, Y$ in a compact subset of $\mathcal{D}$ filled of periodic orbits? Our main result is the following theorem:

Teorema 1 *Suppose that a vector field X on the plane has an isochronous centre of period T_0 in $\mathcal{D}$. Consider a vector field U transversal to X such that $[X,U]=0$. Let $\gamma(h) := \{\varphi(t;\psi(h)), t\in[0,T_0]\}$ be the set of periodic orbits of X in $\mathcal{D}$ parameterized by the time flow of U. Consider the family of vector fields $X_\varepsilon = X+\varepsilon\, Y$ having also a centre; write Y as $Y = a\, X + b\, U$ and denote by $\gamma_\varepsilon(h)$ a generic closed orbit of X_ε passing through $\psi(h)$.*

Then the period function associated to $\gamma_\varepsilon(h)$ is $T_{\gamma_\varepsilon}(h) = T_0+\varepsilon\, T_1(h)+\mathcal{O}(\varepsilon^{\in})$, where $T_1(h) = -\int_0^{T_0} a(\varphi(t;\psi(h)))\, dt$ and $T_1'(h) = -\int_0^{T_0} \nabla a(x)\cdot U(x)|_{x=\varphi(t;\psi(h))}\, dt$. Furthermore if h^* is an simple zero of $T_1'(h)$ then for small ε there is exactly one critical period of X_ε close to h^* which tends to h^* as ε tends to zero.

65 Análisis de una bifurcacion homoclina de codimension tres

Autor: Manuel Merino Morlesín

Afiliación: Universidad de Huelva. Dpto. de Matematicas.
E.P.S. "La Rabida",
Crta. Huelva-Palos, s/n
La Rábida (Huelva), 21819

E-mail: merino@uhu.es

Colaboradores: Antonio Algaba Durán (U. Huelva)

En este trabajo estudiamos una bifurcación homoclina de codimensión tres para campos vectoriales tridimensionales con Z_2-simetría. Concretamente analizamos la degeneración de una conexión homoclina con un equilibrio hiperbólico en el origen, que pasa de silla-nodo a silla-foco, teniendo a su vez autovalores resonantes.

El estudio realizado nos permite obtener la configuración en el espacio de parámetros de las conexiones homoclinas de doble y triple pulso, procedentes de órbitas periódicas grandes (que surgen de la ruptura de simetría que experimentan las órbitas simétricas) y pequeñas (procedentes de la duplicación de periodo de las órbitas asimétricas). Este análisis nos lleva a proponer un conjunto parcial de bifurcaciones, en el espacio de parámetros, de la citada degeneración.

Por último y con objeto de validar nuestro estudio, consideramos la ecuación de Chua. Es conocido que dicha ecuación modela a uno de los mas simples circuitos electrónicos con la propiedad de la Z_2-simetría, pero que exhibe una dinámica compleja, y además pertenece a la familia de los sistemas de control sujetos a una retroalimentacion no lineal.

Para dicha ecuación detectamos, en el espacio de parámetros, varias degeneraciones homoclinas de codimensión tres, entre las cuales se encuentra una degeneración del tipo anterior, y obtenemos el correspondiente conjunto parcial de bifurcaciones en relación a dicha degeneración.

66 Leyes de escala en los tamaños de vacíos galácticos *voids* y la dimensión fractal de la distribución de materia

Autor: Susanna C. Manrubia

Afiliación: Centro de Astrobiología, INTA-CSIC
Ctra. de Ajalvir km. 4
28850 Torrejón de Ardoz, Madrid

E-mail: susanna@complex.upc.es

WWW: http://complex.upc.es/~susanna

Colaboradores: José Gaite, Centro de Astrobiología, INTA-CSIC

El estudio de grandes regiones intergalácticas desprovistas de materia luminosa *voids*, de su distribución y de su origen es de interés actualmente en cosmología. Por una parte, las propiedades fractales de la distribución de materia son objeto de discusión a la luz de los datos proporcionados por diversos catálogos de galaxias. Por otra parte, otros autores han centrado su interés en localizar y describir grandes *voids* en diferentes zonas del universo. Estos estudios producen listas de vacíos por tamaño decreciente, y se ha calculado entre otras cantidades la variación de su tamaño medio a medida que el volumen de la muestra analizada crece.

En este trabajo demostramos que la dimensión fractal D de un conjunto de puntos en un espacio de dimensión d caracteriza también diversas leyes de escala que aparecen en el estudio de los vacíos. En particular, la ordenación de los tamaños Λ de los vacíos de mayor a menor según su rango R escala siguiendo $R = F\Lambda^{-D}$, donde la inversa de la función F es una medida de la lagunosidad del conjunto fractal. La función $\Lambda(R)$ es en realidad la representación de Zipf de la variable, la cual tiene una relación directa con la probabilidad $p(\Lambda)$ de que un vacío escogido al azar tenga tamaño Λ. El tamaño medio de los vacíos $\bar{\Lambda}$ se obtiene también en función del volumen de la muestra Λ_u y del cut-off inferior Λ_l, correspondiente a los vacíos de menor tamaño considerados: $\bar{\Lambda} \propto \Lambda_u^{1-D/d}\Lambda_l^{-D/d}$. Finalmente, definimos un algoritmo de búsqueda de vacíos que permite contrastar las diferentes leyes de escala y calcular D para la distribución de galaxias.

La aplicación de nuestro algoritmo a diversos fractales aleatorios de los cuales se conoce la dimensión fractal revela que las leyes de escala deducidas para fractales deterministas se cumplen fielmente también en estos casos. Concluimos por tanto que el estudio estadístico de los vacíos galácticos constituye un procedimiento alternativo (a la medida de la función de correlación de dos puntos) a fin de estimar la dimensión fractal de la distribución de galaxias. Finalmente, veremos que el análisis de los datos obtenidos hasta el momento a partir de catálogos de galaxias muestra ciertas inconsistencias cuantitativas entre diferentes medidas. Discutiremos algunos posibles origenes de estas discrepancias y sugeriremos futuros análisis de los datos observacionales a la luz de la teoría desarrollada.

67 Stability in sport

Autor: James Stirling

Afiliación: Universitat Politecnica de Catalunya
Departament de Matematica Aplicada I
c/Diagonal 647
Barcelona 08028

E-mail: j.r.stirling@mailcity.com

WWW: http://www.geocities.com/jamesrstirling

Colaboradores: Carlota Torrents(INEFC Barcelona), Maria Zakynthinaki (Universitat Autonoma de Barcelona), Natalia Balague (INEFC Barcelona)

We show how tools from dynamical systems (Guckenheimer and Holmes, 1997; Kantz and Schreiber, 1997) can be used to model and understand processes in sport by investigating the phenomena of stability and the process of re-stabilization of an athlete. Although most of the previous work using such tools has been in the study of cyclic movement (Kelso, 1999), the movement we study is non-cyclic. We investigate the time series obtained from a set of jumps onto a force platform from varying heights and distances. In particular we study the three forces and then reduce the problem to the study of the xz and yz component angles of the resultant force, i.e. angles bx and by respectively. Using the concepts of critical fluctuations and critical slowing down we build a model (Stirling et al, 2002) from the time series, consisting of a set of coupled ordinary differential equations. These are used to model the process by which and athlete regains stability following an initial perturbation (i.e. being pushed into an unstable state). The model consist of a basin of attraction in which the athlete can regain balance, inside which is an attractor, corresponding to stable motion. The basin of attraction is bound by a critical curve corresponding to the maximum angle that the athlete can lean without falling. Surrounding this critical curve is an attracting circle corresponding to the failure state (i.e. lying on the floor).

Critical fluctuations occur when the athlete is in an unstable state, corresponding to leaning at an angle close to the maximum. The first fluctuations are the largest, but they decrease and die out as the athletes regain stability by spiraling back onto the attractor. Critical slowing down is the time for the fluctuations to die out and hence is a measure of the time needed to regain stability. Both concepts can therefore be used as a measure of the stability of the athlete.

We investigate the bifurcations and transport in the phase space of our model and use the knowledge to provide a new and novel means for understanding the process by which an athlete regains stability. This is of fundamental importance, as stability and the process of re-stabilization are generic to most sports. We also use the information from our understanding of the geometry of the phase space of our model to identify weaknesses in the athlete and hence investigate possible methods for improvements via training.

[1] Guckenheimer and Holmes (1997) Springer Verlag.
[2] Kantz and Schreiber (1997) Cambridge University press.
[3] Kelso (1999) MIT press.
[4] Stirling, Torrents, Zakynthinaki and Balague (2002) preprint UPC.

68 Sobre la reconstrucción de atractores

Autor: Maria Victoria Caballero Pintado

Afiliación: Universidad de Murcia
Facultad de Economía y Empresa
Campus de Espinardo
Murcia, 30100

E-mail: mvictori@um.es

Colaboradores: Francisco Balibrea (U. Murcia)

Un resultado obtenido por Whitney (1936) permite reconstruir inyectivamente el atractor de un sistema dinámico (M, f), con M una variedad diferenciable n-dimensional compacta. Esta reconstrucción requiere una aplicación diferenciable de M a $\mathbb{R}^{2n+1}$, con independencia del tamaño del atractor. Además el subconjunto de estas aplicaciones es abierto y denso en el conjunto de todas las aplicaciones diferenciables de M a $\mathbb{R}^{2n+1}$.

Por ejemplo, si M es una variedad compacta de dimensión 10 y el atractor del sistema dinámico es un conjunto compacto de dimensión box-counting 1.4, se puede asegurar una reconstrucción inyectiva del atractor a partir de una aplicación diferenciable de M en $\mathbb{R}^{21}$.

Sauer (1991) tiene en cuenta el tamaño del atractor de un sistema dinámico y demuestra que si la dimensión box-counting del atractor compacto es d, para reconstruirlo inyectivamente bastaría un aplicación diferenciable de M en $\mathbb{R}^n$, siendo n un entero mayor que $2d$. Además, casi toda aplicación diferenciable de M a $\mathbb{R}^n$ es inyectiva sobre el atractor.

Aplicando este resultado al ejemplo anterior, casi toda aplicación diferenciable de M a $\mathbb{R}^3$ reconstruye inyectivamente el atractor de dimensión box-counting 1.4.

En este trabajo se da una demostración diferente, haciendo uso de otras herramientas de la topología, del resultado de Sauer que creemos de interés y de aplicación en trabajos posteriores.

Estos teoremas son la base de áquellos que permiten reconstruir un atractor de un sistema dinámico a partir de una serie temporal unidimensional. Ejemplos de tales reconstrucciones se presentan en el trabajo.

69 Método entrópico de segmentación y complejidad de secuencias de ADN.

Autor: Ramón Román Roldán

Afiliación: Departamento de Física Aplicada.
Facultad de Ciencias,
Universidad de Granada.
Granada.

E-mail: rroman@ugr.es

Colaboradores: Pedro Bernaola-Galván (U. Málaga), Pedro Carpena (U. Málaga) y José L. Oliver (U. Granada).

Las secuencias de ADN son sistemas unidimensionales composicionalmente complejos, construidas con tan sólo 4 símbolos. Mediante la divergencia de Jensen-Shannon, función claramente no lineal de la teoría de la información, pero de propiedades discriminantes especialmente útiles para este fin, los autores vienen desarrollando métodos de análisis de estas secuencias que han permitido:

- Segmentar la secuencia optimizando (casi) la homogeneidad composicional interna, a la vez que la heterogeneidad entre fragmentos adyacentes. Las secuencias segmentadas encuentran aplicaciones en la caracterización de las secuencias y en la búsqueda de genes.
- Definir una medida entrópica e intensiva de complejidad de las secuencias con propiedades interesantes, tanto teórica como prácticamente. Dicha medida de complejidad está basada en la misma función que fundamenta el proceso de segmentación, por lo que la teoría está muy unificada.
- Segmentar en función de la fiabilidad estadística de los segmentos obtenidos, y representar la complejidad de la secuencia en función de este parámetro. Estas gráficas de complejidad permiten una visión de la secuencia a modo de zoom estadístico, resultando una estructura composicional con propiedades de invariancia a la escala.

La investigación en esta línea es actualmente muy activa, con objetivos, aplicaciones y nuevos desarrollos planteados y plenamente alcanzables.

70 The 1 arm push up.

Autor: Maria Zakynthinaki

Afiliación: Centre de Recerca Matemàtica
Institut d'Estudis Catalans
Apartat 50
E-08193 Bellaterra

E-mail: marzak@mailcity.com

Colaboradores: James Stirling (Universitat Politecnica de Catalunya), Carlota Torrents (INEFC Barcelona), Natalia Balagué (INEFC Barcelona)

We use tools from dynamical systems [1] to investigate the dynamics involved in an 1arm push up. Unlike most of the previous work using dynamical systems [3], our system is noncyclic. We analyze the time series of two athletes who perform a 1 arm push up on a force platform. The 3 dimensional time series obtained for each athlete are for the forces generated from the point of contact of the hand with the platform. The athletes are forced to fail in two ways: the first way is a result of increasing the load applied on the shoulders of the athlete; the second way is the result of repeating the exercise until muscular failure.

We show how an analysis of bifurcations of structures present in the phase space of our model [3] gives us a better understanding of improvements in performance and of the processes of failure and success. In particular we investigate the existence of generic failure mechanisms or bifurcations occuring in the time series when a person fails to complete the push up and classify their type.

We also study the presence of the so-called critical fluctuations in the time series for all three forces, Fx, Fy and Fz. These are the high frequency oscillations seen in the time series corresponding to the unstable or high load exercises. They are of great importance as they indicate a loss in stability of an attractor and a forth-coming change in the pattern of movement. By this we mean that stable motion can be considered to be on an attracting orbit, but involuntary changes in the motion such as failure to complete the exercise can be considered to be a direct result of a loss of stability of this orbit (i.e. a bifurcation from attraction to repulsion). Another aspect of the critical fluctuations is the concept of critical slowing down, that is the time it takes to return to the attractor or in other words the time it takes for the oscillations to die out.

In addition we show the relationship between the fluctuations and how close we are to failure. We analyze both the magnitude of the fluctuations and the time that the athlete fluctuates for, to predict how close we are to our maximum load, or to our maximum number of repetitions. We use this as a means to prescribe the load at which an athlete should be training at, when maximum load is desired in the training session.

[1] Kantz and Schreiber (1997) Cambridge University Press
[2] Kelso (1999) MIT Press
[3] Zakynthinaki, Stirling, Torrents and Balagué (2002) preprint UPC

71 Un modelo de convección térmica en un anillo cilíndrico calentado lateralmente

Autor: Sergio Hoyas Calvo

Afiliación: Universidad de Castilla-La Mancha, Facultad de Ciencias Químicas, c/Camilo José Cela, 13, Ciudad Real, 13071

E-mail: sergio.hoyas@uclm.es

WWW: http://matematicas.uclm.es/qui-cr/

Colaboradores: Henar Herrero Sanz (U. Castilla-La Mancha), Ana M. Mancho (U. Bristol)

En esta comunicación vamos a presentar una serie de resultados sobre desestabilizaciones termoconvectivas que aparecen en un fluido confinado en un anillo cilíndrico calentado lateralmente y por debajo. El fluido se encuentra en una celda formada por dos cilindros concéntricos, de radios a y $a+\delta$ respectivamente, y se calienta desde abajo con un perfil lineal en la temperatura. Se plantea un problema de tipo Bénard-Marangoni con intercambio de calor con la atmósfera y paredes laterales aislantes. Se formula con las variables primitivas:

$$
\begin{aligned}
&\nabla \cdot u = 0,\\
&\partial_t \Theta + u \cdot \nabla \Theta = \nabla^2 \Theta,\\
&\partial_t u + (u \cdot \nabla)\, u = Pr \left(-\nabla p + \nabla^2 u + \frac{R\rho}{\alpha \rho_0 \Delta T} e_z \right),\\
&u_z = \partial_z u_r + M \partial_r \Theta = \partial_z u_\phi + \frac{M}{r} \partial_\phi \Theta = 0, \;\; \partial_z \Theta = -B\Theta, \;\; \text{on} \;\; z = 1,\\
&u_r = u_\phi = u_z = 0, \;\; \Theta = \left(-\frac{r}{\delta^*} + \frac{a}{\delta} \right) \frac{\Delta T_h}{\Delta T} + 1, \;\; \text{on} \;\; z = 0,\\
&u_r = u_\phi = u_z = 0, \;\; \text{on} \;\; r = a^*, \;\; r = a^* + \delta^*.\\
&\Theta = 1, \;\; \text{on} \;\; r = a^*, \;\; \Theta = -\frac{\Delta T_h}{\Delta T}, \;\; \text{on} \;\; r = a^* + \delta^*.
\end{aligned}
$$

Para la presión se utilizan unas condiciones de contorno adecuadas, en particular la ecuación de continuidad en $z = 1$ y la componente normal de las ecuaciones de Navier-Stokes en $r = a^*$, $r = a^* + \delta^*$ y $z = 0$ [1]. En las ecuaciones anteriores, que están expresadas en coordenadas cilíndricas, u es la velocidad, Θ la temperatura y p la presión. e_z es el vector unidad en la dirección z ρ es la densidad, α es el coeficiente de dilatación térmica y ρ_0 es la densidad media. Además se ha usado $\Delta T = T_{\max} - T_0$ y $\Delta T_h = T_{\max} - T_{\min}$ donde $T_{\max}$ es la temperatura en el cilindro interior caliente, $T_{\min}$ la del cilindro exterior y T_0 la temperatura ambiente. Por último $a^* = a/d$, $\delta^* = \delta/d$. En estas ecuaciones, además aparecen los números adimensionales Pr: Prandtl, R: Rayleigh, B: Biot y M: Marangoni.

Se calcula el estado básico y su estabilidad mediante un método de colocación con desarrollos en polinomios de Chebyshev. Existen dos tipos de estados básicos. El primero esta formado por rollos co-rotativos, como los descritos en los experimentos [2-4], y en estudios teóricos similares [5]. La segunda clase de soluciones tiene características similares al *return flow* descrito en [6]. El análisis de la estabilidad lineal muestra bifurcaciones estacionarias a rollos radiales y oscilatorias a ondas hidrotermales, dependiendo de tres parámetros (B, ΔT_h y ΔT) relacionados con la temperatura. Estas bifurcaciones coinciden con las observadas en los experimentos [2-4]. Aunque los nuevos parámetros no habían sido descrito anteriormente, quizás porque son difíciles de controlar experimentalmente.

[1] H. Herrero and A.M. Mancho, to appear in Int. J. Numer. Meth. Fluids (2002) `arXiv:math.AP/0109200`
[2] A.B. Ezersky *et al*, *Phys. Rev. E* **47**, 1126 (1993).
[3] F. Daviaud and J.M. Vince, *Phys. Rev. E* **48**, 4432 (1993).
[4] J. Burguete *et al*, *Phys. Fluids* **13**, 2773 (2001).
[5] A.M. Mancho and H. Herrero, *Phys. Fluids* **12**, 1044 (2000).
[6] Smith M K and Davis S H 1983 *J. Fluid Mech.* **132** 119.

72 Sobre los esquemas de proyección en problemas de Ecuaciones Primitivas

Autor: Maria Victoria Redondo Neble

Afiliación: Universidad de Cádiz
Departamento de Matemáticas,
Polígono Río San Pedro, s/n
11510, Puerto Real. Cádiz.

E-mail: victoria.redondo@uca.es

Colaboradores: Francisco Guillén González (U. Sevilla)

El objetivo de la comunicación es presentar nuevas contribuciones en el análisis numérico de esquemas en tiempo de tipo proyección aplicado a sistemas de ecuaciones en derivadas parciales que aparecen en la mecánica fluídos geofísicos en general, y en Oceanografía en particular, como son los sistemas de Ecuaciones Primitivas. Se trata de una variante al modelo de Navier-Stokes, en donde se imponen las hipótesis de "techo rígido" y de presión hidrostática, lo que permite definir la velocidad vertical como una variable diagnóstico en función de la velocidad horizontal y reducir la presión a una variable definida solo en la superficie.

Resulta fundamental poder definir sobre este modelo esquemas numéricos por una parte no demasiado costosos computacionalmente, ya que las variables dinámicas que aproximan deben ser variables de partida para estudiar procesos más complejos como la difusión de contaminantes, el comportamiento de la temperatura y la salinidad, etc., y por otra parte con buenas propiedades de estabilidad y convergencia.

Los esquemas de proyección son un caso particular de esquemas fraccionarios en tiempo. Cada etapa (en tiempo) consta de 2 pasos fundamentales; considerar primero los términos de convección y difusión obteniendo una velocidad horizontal (intermedia), y segundo "proyectar" en el subespacio cerrado que define la restricción de tipo divergencia que tiene el modelo para obtener una velocidad (final), apareciendo la presión como multiplicador de Lagrange asociado. Este paso de proyección se resuelve de forma efectiva obteniendo primero la presión a través de un problema elíptico (degenerado cuando la función profundidad del dominio se anula) con condición de contorno de tipo Neumann, y computando posteriormente la velocidad final de forma explícita en función de la presión y la velocidad intermedia.

Veremos que un análisis de regularidad de tipo H^2 con peso para el problema que verifica la presión, nos permite obtener estimaciones de tipo H^1 para la velocidad final, que implica en particular la compacidad necesaria sobre dicha velocidad final para poder pasar al límite de forma satisfactoria en los términos no lineales.

También analizaremos algunas variantes al esquema: cambiando ligeramente la aproximación de los términos no lineales se obtiene un esquema no fraccionario con una formulación desacopada para la velocidad intermedia y la presión, también se puede considerar un término explícito en presión en el primer paso seguido de una correción de forma implícita en el segundo paso, o finalmente hacer un tratamiento de correción para el término de Coriolis (llegando a un esquema que no es estrictamente de proyección). Haremos distintas comparaciones entre estas variantes tanto de costo computacional como de estabilidad y estimaciones de error.

73 Análisis de un problema shallow-water bicapas no homogéneo

Autor: María Luz Muñoz Ruiz

Afiliación: Universidad de Málaga, Dpto. Matemática Aplicada,
E.T.S.I. Informática,
Campus de Teatinos, s/n
Málaga, 29071

E-mail: munoz@anamat.cie.uma.es

Colaboradores: Carlos Parés Madroñal (U. Málaga)

El problema que dió origen a nuestro estudio es el modelado de la dinámica de las masas de agua en el Mar de Alborán y el Estrecho de Gibraltar (la parte más occidental del Mar Mediterráneo). En este mar se pueden distinguir dos capas de agua: la superior, de agua atlántica penetrando en el Mediterráneo a través del Estrecho de Gibraltar y la inferior, de agua mediterránea, más densa, saliendo al Atlántico. La observación de este simple esquema nos muestra que, si queremos utilizar un modelo bidimensional para simular el flujo en esta región, hemos de considerar, al menos, un modelo bicapas.

Proponemos un modelo que considera el agua del mar compuesta por dos capas de agua de distinta densidad, que no se mezclan. En dicho modelo, aparecen ondas no sólo en la superficie, sino también en la interfaz entre las capas. Se asume que los fenómenos a modelar tienen longitudes de onda suficientemente grandes como para que la aproximación de shallow-water en cada capa sea apropiada. Por tanto, el sistema de ecuaciones en derivadas parciales a estudiar es un sistema acoplado de ecuaciones shallow-water.

En este trabajo se presenta un teorema de existencia de solución para datos pequeños, adaptando las técnicas usadas por el equipo del profesor P. Orenga, de la Universidad de Córcega, en el estudio del caso de una sola capa. La principal dificultad en la demostración de existencia de solución del problema bicaps no homogéneo radica en la necesidad de obtener estimaciones a priori para la altura de cada capa y para los términos en el borde, estimaciones que se obtenían en el caso de una sola capa una vez probada la existencia de solución.

74 Estudio numérico de un flujo a través de un obstaculo: comparación de esquemas y análisis cualitativo de bifurcación

Autor: Pedro Galán del Sastre

Afiliación: Universidad Complutense de Madrid
Departamento de Matemática Aplicada.
Facultad de Ciencias Matemáticas,
Avd/ Complutense s/n, Madrid, 28040

E-mail: pedro_galan@mat.ucm.es

Colaboradores: Rodolfo Bermejo Bermejo (U. Castilla-La Mancha), George em Karniadakis (Brown University), Sirod Sirisup (Brown University)

En este trabajo pretendemos realizar una comparación entre varios esquemas numéricos en la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes. En concreto, daremos una solución numérica al problema de un flujo a lo largo de un canal infinito con un obstáculo cuadrangular en el centro de dicho canal.

A estas soluciones numéricas le aplicaremos la técnica de las Funciones Ortogonales Empíricas (también conocida como Proper Orthogonal Decomposition, POD, o Karhunen-Loeve expansion), para hacer una reducción en la dimensión de las ecuaciones. De esta forma podremos realizar un estudio de bifurcación sobre el modelo reducido obtenido mediante esta técnica, que nos dará una solución cualitativa del diagrama de bifurcación de nuestro modelo de partida.

75 Algoritmos multimalla paralelos y robustos para la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes

Autor: Rubén Santiago Montero

Afiliación: Universidad Complutense de Madrid
Departamento de Arquitectura de Computadores y Automática,
Facultad de Ciencias Físicas
Madrid, 28040

E-mail: rubensm@dacya.ucm.es

WWW: http://www.dacya.ucm.es/nacho/PMG/main.htm

Colaboradores: Ignacio Martín Llorente (Universidad Complutense de Madrid)

La simulación de flujos viscosos a altos números de Reynolds sobre obstáculos sólidos es un requerimiento habitual en el campo de la dinámica de fluidos computacional (CFD), tanto por su interés industrial como teórico. La estructura de estos flujos puede dividirse en dos regiones de interés, a saber: una capa delgada en las proximidades inmediatas a la superficie del obstáculo, denominada capa límite, en la que el gradiente de la velocidad normal a la pared es muy elevado, y la región restante donde no aparecen valores elevados de los gradientes de la velocidad y el efecto de la viscosidad del fluido es despreciable. El carácter local de estos fenómenos viscosos requiere de una alta concentración de nodos de la malla computacional cerca de la superficie del obstáculo, para poder así capturar numéricamente la capa límite del fluido.

En situaciones fuertemente anisótropas, como la descrita anteriormente, los métodos multimalla *tradicionales* experimentan un grave deterioro en convergencia, que puede aliviarse mejorando el proceso de suavizado mediante un suavizador implícito por alternancia de bloques, o bien mejorando la aproximación de las componentes suaves del error en las mallas gruesas. A pesar de que la eficiencia de estos métodos multimalla robustos ha sido ampliamente estudiada en trabajos anteriores en la resolución de la ecuación de difusión-convección, su aplicación a sistemas más complejos ha sido limitada, y en particular nunca han sido aplicados para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes en 3-D.

El problema que estudiaremos en este trabajo pertenece al tipo de fluidos entrantes (*entering flows*), cuyas características tienen una orientación general bien definida que entran en el dominio a través de una parte de su frontera abandonándolo por otra. Cuando el flujo del fluido no es recirculante es posible derivar un resolutor eficiente para el operador de convección mediante un avance del suavizador aguas abajo. Sin embargo, si las líneas características del fluido no están alineadas con la malla, la eficiencia de los métodos multimalla se degenera dramáticamente debido a la creciente viscosidad artificial en las mallas gruesas, que provoca una pobre aproximación de los componentes característicos del error en esas mallas.

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de un algoritmo multimalla FMG-FAS (*Full Multigrid-Full Aproximation Scheme*) robusto para la simulación del flujo de un fluido con un ángulo de ataque no trivial sobre una placa delgada. Este problema, aunque relativamente sencillo, presenta las dos dificultades detalladas anteriormente, por lo que habitualmente se utiliza como benchmark de códigos numéricos de CFD. La presentación final del trabajo contendrá un análisis detallado de las condiciones de contorno usadas en este problema así como, extensos resultados numéricos que permitirán demostrar la robustez del algoritmo. Adicionalmente se estudiará una variante del suavizador que permite la implementación paralela del método multimalla.

76 Polinomios caóticos en espacios de dimensión infinita y conjuntos de Julia

Autor: Alfred Peris Manguillot

Afiliación: Universitat Politècnica de València
E.T.S. Arquitectura
D. Matemática Aplicada
46022 València

E-mail: aperis@mat.upv.es

En sistemas dinámicos discretos $f : X \to X$ existen varias nociones topológicas de caos. Una de las más difundidas es la de Devaney, que en nuestro contexto se reduce a la existencia de órbitas densas en el espacio, es decir que hayan $x \in X$ tales que

$$Orb(f, x) := \{x, f(x), f^2(x), \dots\}$$

es denso en X, y a que el conjunto de puntos periódicos sea denso, o sea

$$\mathcal{P} := \{x \in X \ , \ \exists n : \ f^n(x) = x\}$$

es denso en X.

Nosotros probamos que ciertos polinomios $P : X \to X$ son caóticos en espacios de dimensión infinita X. Concretamente trabajamos con espacios X de sucesiones q-sumables:

$$X := \{(x_1, x_2, \dots) \in C^N \ : \ \sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^q < \infty\},$$

y con polinomios P definidos por

$$P(x_1, x_2, \dots) := (p(x_2), p(x_3), \dots),$$

para ciertos polinomios $p : C \to C$ en una variable compleja.

El caos de los polinomios P definidos está estrechamente relacionado con los conjuntos de Julia de los polinomios p en una variable compleja asociados.

Resulta sorprendente que para espacios de dimensión finita X no existan polinomios que sean caóticos en X, ni tan siquiera que admitan órbitas densas en todo X, mientras que en dimensión infinita si que damos los primeros ejemplos en la literatura de polinomios exhibiendo dicho fenómeno.

77 Análisis del comportamiento asintótico de un modelo de termosifón respecto de algunos parámetros físicos

Autor: Ángela Jiménez Casas

Afiliación: Universidad Pontificia Comillas de Madrid
E.T.S.I. (I.C.A.I),
c/Martires de Alcala, 11
Madrid, 28015

E-mail: angela@upco.es

Se estudia el movimiento de un fluido que contiene una sustancia soluble, en el interior de un tubo cerrado, bajo los efectos de la convección natural y de una fuente externa de calor, estos dispositivos en ingeniería se denominan termosifones (ver [1,2]). Se estudia la evolución de la velocidad del fluido, la temperatura del fluido y la concentración del soluto.

En este trabajo se considera un modelo de termosifón que generaliza el modelo de termosifón estudiado en [9] y se extienden los resultados sobre el comportamiento asintótico probados en [9] analizando numéricamente el comportamiento del sistema no lineal, respecto de parámetros físicos relevantes relacionados con la longitud del dispositivo, el número de Reynolds,.., para este modelo más general.

[1] M.A. Herrero, J.J-L. Velazquez,"Stability analysis of a closed thermosyphon", European J. Appl. Math., 1, 1-24, (1990).
[2] A. Jiménez Casas, "Tesis doctoral", U. Complutense de Madrid, (1996).
[3] A. Jiménez-Casas, A. Rodríguez-Bernal, "Finite Dimensional asymptotic behavior in a thermosyphon including the Soret effect", Math. Meth. Appl. Sci. 22 (1999) 117-137.
[4] A. Jiménez-Casas, A.M.L. Ovejero, "Numerical analysis of a closed-loop thermosyphon including the Soret effect", Appl. Math. and Comp., vol 124, 289-318, (2001).
[5] A. Jiménez Casas, " A coupled ODE/PDE system governing a thermosyphon model", Nonlinear Analysis vol 47, 687-692, (2001).
[6] A. Liñan, "Analytical description of chaotic oscillations in a toroidal thermosyphon", in Fluid Physics, Lecture Notes of Summer Schools, (M.G. Velarde, C.I. Christov, Eds.) pp. 507-523, World Scientific, Singapore, (1994).
[7] A. Rodríguez-Bernal, "Inertial Manifolds for dissipative semiflows in Banach spaces", Appl. Anal., 37, 95-141, (1990).
[8] A. Rodríguez-Bernal, E.S. Van Vleck, "Diffusion Induced Chaos in a Closed Loop Thermosyphon", SIAM J. Appl Math., vol. 58, 4, 1072-1093, (1998).
[9] A. Rodríguez-Bernal, E. S. Van Vleck, "Complex oscillations in a closed thermosyphon", in Int. J. Bif. Chaos, vol. 8, 1, 41-56 (1998).
[10] J.J.L. Velázquez, "On the dynamics of a closed thermosyphon", SIAM J.Appl. Math. 54, n^o 6, 1561-1593, (1994).

78 Sobre semiflujos multivaluados generados por ecuaciones diferenciales

Autor: José Valero Cuadra

Afiliación: Universidad Cardenal Herrera CEU
Campus de Elche,
c/Comissari, 3
Elche (Alicante), 03203

E-mail: valer.el@ceu.es

En este trabajo se exponen las ideas desarrolladas en los últimos años para estudiar ecuaciones e inclusiones diferenciales en derivadas parciales para los que el problema de Cauchy no tiene (o no se sabe si tiene) solución única para cada condición inicial. En concreto se explican las definiciones de semiflujo multivaluado y de semigrupo generalizado, haciendo hincapié en las diferencias entre ambos métodos, así como la forma en que se definen a partir de ecuaciones diferenciales.

Se muestran algunas aplicaciones (obtenidas por varios autores) de esta teoría a la existencia de atractores globales de ecuaciones de Navier-Stokes tridimensionales [1], inclusiones diferenciales [4], ecuaciones de reacción-difusión con discontinuidades [5], ecuaciones parabólicas degeneradas [2] y ecuaciones de fase y campo [3].

Finalmente, se expone un resultado nuevo referente a la existencia del atractor global de un sistema de reacción-difusión parcialmente disipativo sin unicidad de las soluciones.

[1] J.M. Ball., Continuity properties and global attractors of generalized semiflows and the Navier-Stokes equations, in "Mechanics: from theory to computation", Springer, New York, 2000, 447–474.
[2] O. Elmounir, F. Simondon, Abstracteurs compacts pur des problèmes d'evolution sans unicité, *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math., Série 6,* V.IX (2000), Fasc. 4, *631-654.*
[3] A.V. Kapustyan, An attractor of a semiflow generated by a system of phase-field equations without uniqueness of solutions, *Ukrain. Mat. Zh.* **51** (1999), 1006-1009.
[4] V.S. Melnik, J. Valero, On attractors of multivalued semi-flows and differential inclusions, *Set-Valued Anal.* **6** (1998), 83-111.
[5] J. Valero, Attractors of parabolic equations without uniqueness, *J. Dynamics Differential Equations* **13** (2001), 711-744.

79 Variedades no resonantes

Autor: Ernest Fontich Julià

Afiliación: Universitat de Barcelona
Dpt. de Matemàtica Aplicada i Anàlisi
c/Gran Via, 585
08007 Barcelona

E-mail: fontich@mat.ub.es

Colaboradores: Xavier Cabré (The Univ. of Texas at Austin), Rafael de la LLave (The Univ. of Texas at Austin)

Cuando se estudia la dinámica de procesos que convergen hacia un estado de equilibrio en sistemas multidimensionales, la dinámica observable es la que corresponde a las direcciones de los valores propios "más lentos". Este problema es importante, entre otros campos, en cinética química.

Dado un sistema con un punto de equilibrio estable, si consideramos un conjunto de valores propios de sistema linearizado comprendidos entre un cierto valor menor que 1 y 1, nos preguntamos por la existencia y propiedades de una variedad invariante tangente al subespacio lineal generado por los subespacios propios correspondientes a los valores propios considerados. Tal variedad es llamada variedad lenta. Captura la dinámica que converge más lentamente y permite obtener un comportamiento asintótico de ésta. La reducción del sistema a esta variedad permite, en algunos casos, reducir significativamente la dimensión.

La existencia de variedades lentas con cierta regularidad requiere de ciertas condiciones, bajo las cuales son un caso particular de un tipo más general: las variedades no resonantes.

En este trabajo se dan condiciones de existencia, regularidad, unicidad y dependencia respecto parámetros para las variedades no resonantes. Estudiamos las variedades con el método de la parametrización que consiste en describir las variedades como imagen de una aplicación que semiconjuga la dinámica sobre la variedad con la dinámica de una aplicación polinomial (forma normal, que en algunos casos puede ser lineal). De esta manera obtenemos la variedad y una forma normal de la dinámica restrigida a ésta simultaneamente.

Este método tiene varias ventajas: permite implementaciones numéricas y estimaciones del error de las mismas, permite globalizar fácilmente la variedad local, desde el punto de vista analítico, los operadores entre espacios funcionales a los que se llega tienen mejores propiedades que los que aparecen con otros métodos (por ejemplo, la transformación de gráficas). Los resultados son válidos en espacios de Banach generales, lo que permite obtener variedades de objetos invariantes que pueden ser relacionados con puntos fijos de operadores en espacios de Banach.

80 Operadores caóticos en espacios de dimensión infinita

Autor: Félix Martínez Giménez

Afiliación: Universidad Politécnica de Valencia
E.T.S.I. Agrónomos,
Camino Vera s/n
Valencia 46022

E-mail: fmarting@mat.upv.es

Colaboradores: José Bonet (U. Politécnica de Valencia), Alfredo Peris (U. Politécnica de Valencia).

Nuestro objetivo es el estudio del caos en sistemas dinámicos discretos gobernados por operadores en espacios de dimensión infinita. En esta comunicación presentamos algunos de los resultados recientes más importantes en este campo, haciendo especial énfasis en las contribuciones de los autores.

Operadores con los que trabajamos aparecen de una manera natural en el estudio de osciladores armónicos cuánticos, en modelos de producción sanguínea, en la ecuación del calor y otros.

81 Estimación de conductancias e implicaciones en la estructura sináptica

Autor: Antoni Guillamon Grabolosa

Afiliación: Universitat Politècnica de Catalunya
Dept. Matemàtica Aplicada I - EUPB
Avda. Dr. Marañón, 44-50
Barcelona, 08028

E-mail: toni@ma1.upc.es

WWW: http://www-ma1.upc.es/~ tonig

Colaboradores: David W. McLaughlin (Courant Institute & Center for Neural Science, NYU), John Rinzel (Courant Institute & Center for Neural Science, NYU)

El trabajo que presentamos se enmarca en el campo de la neurociencia computacional. Como marco del problema que analizaremos, se presentarán algunos modelos recientes de organización neuronal del córtex visual primario y se revisarán algunos problemas de interés actual en el tema. Nos centraremos en el problema de la arquitectura sináptica del córtex visual primario. Los diferentes tipos de arquitectura (o mecanismos de acoplamiento) propuestos se distinguen principalmente en la sensibilidad a la fase espacial en el acoplamiento entre sus neuronas. Desde un punto de vista experimental, los registros intracelulares del potencial de la membrana pueden ayudar a discernir qué mecanismos de acoplamiento son válidos. En este sentido, se han realizado recientemente algunos experimentos, cuyo posterior análisis ha dado pie a determinar cierto tipo de arquitectura. No obstante, para este análisis se utilizan métodos de regresión lineal inadecuados para la estimación de las conductancias sinápticas. En esta comunicación presentamos un análisis computacional, utilizando la simulación de una neurona del tipo Hodgkin-Huxley inmersa en una red de 20 000 neuronas *integrate-and-fire*, en el que se ponen en evidencia (examinando los diagramas de bifurcación) las razones matemáticas por las cuales dichas aseveraciones sobre el tipo de arquitectura no son fiables. Finalmente, propondremos soluciones alternativas.

82 Estudio de la complejidad de los electroencefalogramas de pacientes esquizofrénicos y sujetos de control con la dimensión de correlación

Autor: Daniel-Emilio Abásolo Baz

Afiliación: Universidad de Valladolid
E.T.S. Ingenieros de Telecomunicación,
Paseo del Cementerio s/n
Valladolid, 47011

E-mail: danaba@tel.uva.es

Colaboradores: Roberto Hornero (U. Valladolid), Pedro Espino (Hospital Universitario Valladolid), Alonso Alonso (U. Valladolid), Ramón de la Rosa (U. Valladolid)

En este trabajo hemos analizado las señales de electroencefalogramas (EEG) de 12 pacientes esquizofrénicos del Hospital Universitario de Valladolid (seis con esquizofrenia paranoide, tres residual, dos hebefrénica y uno catatónica) y 12 sujetos de control empleando métodos derivados de la teoría del caos. Los EEG se dividieron en tramas de 5 s (1280 puntos), y se seleccionaron aquéllas que verificaban el criterio de estacionariedad débil. Tras ello reconstruimos los atractores caóticos del sistema dinámico en el espacio de fases, para posteriormente calcular la dimensión de correlación (CD) de los mismos. Este parámetro es una medida de la complejidad de un sistema y se ha estimado empleando el método de Grassberger y Procaccia con la modificación propuesta por Theiler para mejorar la eficiencia computacional. Los valores medios de CD obtenidos a partir de los datos de EEG de sujetos de control (4.65 ± 0.15) fueron mayores que los de pacientes esquizofrénicos (4.3 ± 0.2). Estos resultados muestran que el grado de complejidad de los EEG de los sujetos de control es más elevado que el de los pacientes. Con el método ANOVA verificamos que la diferencia entre ambos grupos es significativa ($F_{1,22} = 25.42$; $p = 0.00047$).

83 Resonancias inducidas por ruido en el modelo neuronal de Hindmarsh-Rose

Autor: José Pablo Baltanás Illanes

Afiliación: Universidad Rey Juan Carlos
ESCET, Área de Física Aplicada
c/Tulipán, s/n
28933 Móstoles, Madrid

E-mail: baltanas@escet.urjc.es

Colaboradores: José Manuel Casado Vázquez (Universidad de Sevilla)

Ciertos aspectos del comportamiento neuronal se modelizan habitualmente mediante el uso de sistemas dinámicos que presentan bifurcaciones del tipo punto fijo-ciclo límite. En dichos modelos, la presencia de ruido puede jugar un papel importante en la detección de señales sub-umbrales por parte de la neurona. En este contexto, estudiamos la respuesta del modelo de Hindmarsh-Rose a señales monocromáticas más ruido, investigando los diferentes escenarios en que la interacción de ambos tipos de señales puede tener lugar. En particular, se estudia con detalle la existencia de Resonancia en Coherencia para este modelo. Finalmente, se ponen de manifiesto ciertas características de la curva de sensibilidad a la frecuencia de la señal monocromática en este modelo que no habían sido estudiadas hasta ahora.

84 La base microscópica de rotura de simetría quiral en cristalización

Autor: Julyan Cartwright

Afiliación: Laboratorio de Estudios Cristalográficos, CSIC, E-18071 Granada

E-mail: julyan@lec.ugr.es

WWW: http://lec.ugr.es/~julyan

Colaboradores: Juan Manuel García-Ruiz (LEC), Ignacio Sainz (LEC)

A century and a half ago, Pasteur discovered that inorganically synthesized tartaric acid differs from that obtained from plants in crystallizing as two mirror-image forms, or enantiomers; whereas only one of the two forms is found in biologically derived samples. This symmetry is broken in all biological systems, as aminoacids, the building blocks of proteins, and thence of all living organisms, are found in nature as only the left-handed (laevo) enantiomers. However, inorganic chemical reactions almost invariably produce similar quantities of both laevo and dextro enantiomers. So it was a considerable surprise when a decade ago it was shown that simply stirring the solution during the crystallization of sodium chlorate was sufficient to produce a yield approaching 100% of just one enantiomer. Subsequently, similar results have been obtained in crystallizing an organic molecule, 1,1'-binaphthyl, from its melt, and in the crystallization of biological molecules: aminoacids. Subsequent discussion has centred around how this symmetry-breaking mechanism operates. The importance of convection in the fluid, and the breaking off of parts of the crystal surface upon contact with the stirring bar, have both been proposed as possible mechanisms. The purpose of this work has been to clarify the dynamical mechanism on the microscale of chiral symmetry breaking in crystallization.

85 Control de estructuras localizadas en sistemas ópticos sensibles a la fase

Autor: Isabel Pérez Arjona

Afiliación: Universitat de Valencia
Departament d'Optica
c/Dr.Moliner,50
46100, Burjassot (Valencia)

E-mail: isabel.perez-arjona@uv.es

Colaboradores: Fernando Silva, Eugenio Roldán, Germán J. de Valcárcel

Un sistema óptico nolineal consiste en un medio con respuesta nolineal respecto la intensidad de la luz incidente, que es bombeado por un campo luminoso exterior y cuya salida es el resultado de la acción conjunta entre difracción, interacción nolineal y difusión. En los sistemas ópticos nolineales espacialmente extensos se pueden formar una gran variedad de patrones o estructuras en la distribución del campo luminoso en la dirección transversal a la propagación de dicho campo. Entre éstas cabe destacar las estructuras localizadas, tales como solitones brillantes u oscuros, debido a su uso potencial en todo tipo de sistemas de comunicaciones ópticas.

Entre los sistemas que permiten la existencia de estructuras localizadas destacaremos aquéllos en los que la interacción nolineal es sensible a la fase y estados de fase opuesta son igualmente estables, donde pueden formarse paredes de dominio, estructuras localizadas similares a solitones oscuros. Las paredes de dominio conectan dos regiones de fase opuesta en el plano transversal del sistema, de modo que la intensidad de la luz alcanza un mínimo en el centro de la pared.

En sistemas ópticos no lineales las paredes de dominio fueron descritas por primera vez en los osciladores ópticos paramétricos degenerados (DOPO), donde se ha demostrado que las paredes de dominio son estructuras estables tanto para el caso de una como de dos dimensiones transversales. Sin embargo, mientras que para una dimensión transversal esto es cierto independientemente de la región iluminada por la luz del bombeo, en dos dimensiones las paredes son soluciones transitorias que terminan desapareciendo hacia los extremos de la región iluminada, lo cual reduce el interés práctico de estas estructuras en sistemas reales, a no ser que puedan ser estabilizadas y controladas de algún modo.

En este trabajo se presenta un método sencillo para estabilizar y controlar las paredes de dominio en sistemas con dos dimensiones en el plano transversal y una región finita del haz de bombeo. Aunque el método se ha aplicado al caso particular del DOPO, en principio podría ser aplicado a cualquier sistema sensible a la fase que soporte estados de fase opuesta. El método consiste en aplicar un perfil de fase apropiado al campo que se inyecta en el sistema, de forma que las paredes de dominio -que son estructuras de fase- tienden a ser atrapadas en las regiones donde la fase del campo inyectado es máxima y a alejarse de las zonas donde la fase sea mínima. En este trabajo se muestra tanto el control de las paredes como la generación espontánea de estas paredes a partir de ruido aplicando un bombeo con modulación de fase.

86 Localization and Transport of energy in biomolecules: Breathers

Autor: Marta Ibañes Miguez

Afiliación: Universitat Politècnica de Catalunya
Departament de Física i Enginyeria Nuclear
Colom 11
Terrassa (Barcelona)

E-mail: marta@ecm.ub.es

WWW: http://www.noise.ecm.es

Colaboradores: J.M. Sancho (U. de Barcelona), G.P. Tsironis (U. de Creta)

The basic question we address here relates to the dynamics of space localized lattice oscillation modes referred to as intrinsic localized modes (ILM's) or discrete breathers (DB's) in elastic polymeric chains with rigidity. Unlike solitons, DB's appear to be generic modes of nonlinear lattices provided the latter are equipped with these two basic ingredients: nonlinearity in the interactions and lattice discreteness. During the last several years there has been abundance of theoretical work dealing with various aspects of DB properties. As a result, many of the basic DB properties have been revealed and are now relatively well understood. On the experimental front, a recent avalanche of results in a large variety of systems demonstrating DB presence, or at least strong indications for it, has set the whole area on a very solid and promising new grounds.

Our basic question is how energy localization in the form of DB's interplays with single chain polymer elasticity. Our model is an arbitrarily shaped chain of equal masses coupled typically via nonlinear springs involving only two body polynomial-type short–range interactions in a two–dimensional space.

We have found that breather motion is strongly affected by the presence of curved regions of polymers, while the breathers themselves show a very strong resilience and remarkable stability in the presence of geometrical changes. We find that a curved segment acts as an active gate reflecting or refracting the incident breather and transforming its velocity to a value that depends on the DB frequency.

Based on our results, we can make some more general statements regarding the possible role of breathers in biopolymers. It appears that stable breather modes can not only be generated easily in curved chains but can also traverse parts of the polymer in an adaptive fashion retaining their basic features. They can thus transfer energy packets across segments of the polymer. These features make breathers very appealing energy managers of internal biopolymer organization since they accomplish three functions simultaneously, viz. can be generated locally though chemical to localized vibrational energy conversion, facilitate energy transfer through adaptive transport and possibly convert localized vibrational to mechanical energy at an alternative site.

87 Integrabilidad de Darboux para sistemas dinámicos discretos

Autor: Víctor Mañosa Fernández

Afiliación: Universidad Politécnica de Catalunña
Matemática Aplicada III,
c/Colom, 1
Terrassa, 82222

E-mail: victor.manosa@upc.es

WWW: http://lambda.upc.es/depart/ma3/victor/victorweb.html

Colaboradores: Armengol Gasull i Embid (U. Autónoma de Barcelona)

La teoría clásica de integrabilidad de Darboux para ecuaciones diferenciales odinarias permite, en ciertos casos, construir integrales primeras para éstas ecuaciones, a partir del conocimiento de un determinado número de hipersuperficies invariantes algebraicas, entre otros objetos. En este trabajo extendemos esta teoría a sistemas dinámicos discrtetos (SDD).

Consideremos un SDD, definido por (1) $(x_{n+1}, y_{n+1}) = F(x_n, y_n)$, donde $F : U \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, siendo U un subconjunto abierto. Decimos que H es un *invariante* (H o una integral primera) del SDD si H es una función real definida en V (un subconjunto abierto de U), de manera que $H(F(x)) = H(x)$, for all $x \in V$. El siguiente resultado nos proporcionará el método que expondremos para encontrar invariantes:

Teorema 1 *Sean $R_i(x, y)$, $i = 1, 2, \cdots, s$ funciones que generan curvas invariantes o factores exponenciales de (1) con cofactores $K_i(x, y)$, $i = 1, ..., s$ respectivamente. Si existen $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s \in \mathbb{R}$ de manera que $\prod_{i=1}^{s} |K_i(x, y)|^{\alpha_i} = 1$, entonces*

$$H(x, y) := \prod_{i=1}^{s} |R_i(x, y)|^{\alpha_i},$$

es un invariante de (1). □

Finalmente presentaremos diversas aplicaciones del método, para encontrar las integrales primeras de la aplicación de Lyness, aplicaciones relacionadas con la aplicación aritmetico-geometrico, entre otras.

88 Contracción y factorización en distemas dinámicos integrables con simetría $SU(p\,,q)$

Autor: Juan Antonio Calzada Delgado

Afiliación: Universidad de Valladolid
E.T.S.Ingenieros Industriales,
Paseo del Cauce s/n
Valladolid, 47011

E-mail: juacal@eis.uva.es

Colaboradores: Javier Negro (U. Valladolid), M.A. Rodríguez (U. Complutense, Madrid), M.A. del Olmo (U. Valladolid)

El presente trabajo trata con sistemas hamiltonianos superintegrables, es decir sistemas hamiltonianos con n grados de libertad y con más de n integrales del movimiento, no todas en involución. En el caso de existir $2n-1$ constantes el sistema se llama maximalmente superintegrable.

Los sistemas integrables juegan un papel destacado en el estudio y descripción de los sistemas mecánicos, tanto desde el punto de vista físico como matemático. La construcción de tales sistemas es de especial interés para el estudio de sus propiedades y muchos de ellos han demostrado tener gran aplicación física como el oscilador armónico en dimensión n, el problema de Kepler y los sistemas de Calogero–Moser y Smorodinski–Winternitz.

Obtendremos una familia de sistemas Hamiltonianos reales con simetría $SO(p,q)$ aplicando el método de reducción por simetría a partir de un sistema libre sobre un espacio homogéneo n–dimensional bajo un adecuado grupo de Lie. Entre los potenciales resultantes encontramos el de Pösch–Teller de aplicación en Física Atómica para el estudio de moléculas biatómicas.

Presentaremos los resultados obtenidos para dimensión uno y dos, la resolución del problema de separación de variables en la ecuación de Hamilton–Jacobi así como la aplicación de las contracciones de tipo Inönü–Wigner a los sistemas de coordenadas en los que la ecuación de Hamilton–Jacobi es separable, permitiendo así la contrucción de nuevos sistemas superintegrables a partir de uno dado.

Por último veremos una aproximación a la cuantización de estos sistemas. Construiremos un operador Hamiltoniano no basado en la cuantización canónica, la cual parte del hamiltoniano clásico, sino en una realización diferencial obtenida a partir de la simetría que cada sistema posee. Para conocer los estados y valores propios aplicarmos el método de la factorización. Crearemos familias de Hamiltonianos dependientes de un parámetro n, con la condición de que para $n=0$ recuperemos el sistema que estamos estudiado. Gracias al método de factorización podemos conocer de manera inmediata un estado propio para cada elemento de la familia y lo que es más importante, como utilizarlo para resolver el problema de valores propios del hamiltoniano para $n=0$.

Veremos también como esta cuantización es equivalente a la canónica en el sentido de que mediante un cambio de variable podemos relacionar ambas ecuaciones en valores propios.

89 Criterios de integrabilidad racional de ecuaciones diferenciales polinomiales en el plano

Autor: Javier Chavarriga

Afiliación: Universidad de Lleida
Departamento de Matemática
Escuela Universitaria Politécnica
Avda. Jaume II, 69
Lleida, 25001

E-mail: chava@eup.UdL.es

En el plano proyectivo se puede definir la extension natural de cualquier ecuacion diferencial en el plano afin. De esta forma podemos aplicar toda la potencia del espacio proyectivo a ecuaciones diferenciales y esto nos permite encontrar de forma natural criterios y tecnicas para caracterizar la integrabilidad racional de dichas ecuaciones conociendo su estructura algebraica.

90 Configuraciones centrales del problema de $1+4$ cuerpos

Autor: Josep M. Cors Iglesias

Afiliación: Universitat Politènica de Catalunya
E.U.P.M., Matemàtica Aplicada III
Avda. bases de Manresa 61–73,
Manresa, 08240.

E-mail: cors@eupm.upc.es

WWW: http://mat.uab.es/sisdin/people/jcors.html

Colaboradores: Jaume llibre (U. Autònoma de Barcelona), Marcè Ollé (U. Politècnica de Catalunya)

El objetivo fundamental de la Mecánica Celeste es el estudio del *problema de los n cuerpos*, que consiste en describir el movimiento de n masas puntuales en el espacio euclidiano tridimensional bajo la acción de sus fuerzas gravitacionales según la ley de la gravitación universal. Si $q_i \in \mathbf{R}^3$ es el vector posición de la i–ésima partícula de masa m_i, entonces las ecuaciones de movimiento son

$$m_1 q_i'' = \sum_{j=1, i\neq j}^{n} \frac{G m_i m_j (q_j - q_i)}{|q_j - q_i|^3} = \frac{\partial U}{\partial q_i}, \quad i = 1, \ldots, n$$

donde la prima denota la derivada con respecto al tiempo, $|\cdot|$ denota la norma euclidiana, G es la constante de gravitación universal y $U = \sum_{1\leq i<j\leq n} \frac{G m_i m_j}{|q_i - q_j|}$ es el potencial gravitacional. Puesto que el centro de masas del sistema esta o quieto o en movimiento uniforme, escogemos el sistema de referencia de manera que el centro de masas se encuentre en el origen de coordenadas, esto es $\sum_{i=1}^{n} m_i q_i = 0$. Una *solución homográfica* es una solución del sistema (1) de la forma $q(t) = r(t)A(t)q^*$, donde $r(t)$ es una función real y $A(t)$ es una matriz de rotación para cada t. La sustitución directa en el sistema (1) muestra que q^* debe satisfacer el sistema de ecuaciones

$$M^{-1}\nabla U(q^*) + \lambda q^* = 0,$$

para algún escalar λ, donde $M = \mathrm{diag}(m_1, m_1, m_1, \ldots, m_n, m_n, m_n)$. A las soluciones q^* de (2) se les llama *configuraciones centrales*. De la definición de configuración central es claro que a partir de ellas podemos construir soluciones exactas del problema de los n cuerpos. Pero las configuraciones centrales también aparecen de manera natural cuando hay una colisión entre varios cuerpos, cuando un grupo de cuerpos escapa parabólicamente a infinito, cuando se estudian los conjuntos bifurcación de las variedades que se obtienen fijando la energía y el momento angular del sistema, etc. Una simplificación del problema de n cuerpos en el plano, es estudiar el caso límite de una masa grande interactuando con n masas infinitesimales e iguales, llamado el *problema de* $1+n$ *cuerpos*. Este problema fue considerado inicialmente por James Maxwell intentando construir un modelo para los anillos de Saturno. Hall demuestra que para n suficientemente grande el problema de $1+n$ cuerpos tiene una única configuración central (móludo homotecias y rotaciones). Sin embargo para valores pequeños de n otras configuraciones son posibles. El propio Hall resuelve el caso $n = 3$, i concluye: para $n \geq 4$ las ecuaciones se vuelven mucho mas complicadas. Aquí estudiamos las configuraciones centrales para el caso $n = 4$, demostrando que al igual que para $n = 3$ existen únicamente tres configuraciones centrales (móludo homotecias y rotaciones) del problema de $1 + 4$ cuerpos.

91 Oscilaciones estables de un satelite artificial alrededor de su centro de masas

Autor: Pedro José Torres Villarroya

Afiliación: Universidad de Granada
Departamento de Matemática Aplicada
Granada, 18017

E-mail: ptorres@ugr.es

WWW: http://www.ugr.es/~ecuadif/fuentenueva.htm

Colaboradores: Daniel Núñez (Universidad de Maracaibo (Venezuela))

Se estudia la existencia de soluciones periódicas Lyapunov-estables de algunas ecuaciones diferenciales ordinarias que tienen como modelo

$$(1 + e\cos(t))x'' - 2e\sin(t)x' + \lambda \sin x = 4e\sin(t).$$

Es conocido que esta ecuación modela las oscilaciones de un satélite moviéndose en una órbita elíptica alrededor de su centro de masas, siendo $e \in (0,1)$ la excentricidad de la elipse y $\lambda > 0$ el parámetro inercial del satélite. Esta ecuación fue introducida por Beletskii en 1959. El objetivo es probar rigurosamente estabilidad Lyapuynov para una región de parámetros (λ, e) concreta. El resultado principal es el siguiente.

Teorema 1 *Definamos* $M(\lambda,e) := \frac{(8e+\lambda\pi)\pi}{(1-e^2)^{3/2}}$. *Bajo las condiciones,*
(H_1) $M(\lambda,e) \leq \frac{\pi}{2}$,
(H_2) $\frac{\lambda}{(1-e)^3} \leq \frac{1}{36}$,
(H_3) $0 < \lambda < \frac{(1-e)^{18}}{36\pi^2(1+e)^{15}} \frac{\cos^8 M(\lambda,e)}{\sin^4 M(\lambda,e)}$,
existe una solución 2π*-periódica estable en el sentido de Lyapunov.*

Las demostraciones combinan dos herramientas básicas: por un aldo, cotas de las soluciones obtenidas mediane sub y supersoluciones; por otro lado, la teoría de aplicaciones twist. Como consecuencia, además de la estabilidad se demuestra la existencia de una dinámica compleja en un entorno de la solución (existencia de subharmónicos de cualquier orden, soluciones cuasiperiódicas, etc.).

92 Parámetros de estabilidad de las soluciones homográficas del problema plano de tres cuerpos.

Autor: Anna Samà Camí

Afiliación: Universidad Autónoma de Barcelona
Departamento de Matemáticas,
Facultad de Ciencias
Cerdanyola, 08193

E-mail: sama@mat.uab.es

Colaboradores: Regina Martínez Barchino (U. Autónoma de Barcelona)

Se estudia la estabilidad de las soluciones periódicas del problema plano de tres cuerpos conocidas como soluciones homográficas. Mediante un estudio numérico se analizan los parámetros de estabilidad para excentricidades $e \in (0,1)$. Se obtienen también resultados sobre los parámetros de estabilidad para $e \gtrsim 0$ y $e \lesssim 1$. En el estudio para $e \gtrsim 0$ se usa un método de perturbación para estudiar las ecuaciones variacionales asociadas a estas órbitas periódicas. Así, se desarrollan los parámetros de estabilidad en términos de la excentricidad, pudiendo entonces deducir resultados sobre tales soluciones. Para estudiar el caso $e \lesssim 1$ se introducen unas nuevas variables relacionadas con las variables del Blow–up de la colisión triple.

93 Coexistencia de atractores e intermitencia en un medio granular agitado

Autor: Mario Markus

Afiliación: Max-Planck-Institut fuer molekulare Physiologie
Otto-Hahn-Str. 11
44227 Dortmund, Alemania

E-mail: markus@mpi-dortmund.mpg.de

WWW: http://www.mpi-dortmund.mpg.de/markus

Colaboradores: Malte Schmick (Max-Planck-Institut, Dortmund, Alemania), Eric Goles (Centro de modelación matemática de sistemas complejos, FCFM-Universidad de Chile)

Investigamos un medio granular dentro de un recipiente con dos caras paralelas verticales escasamente separadas (como en [1]).La línea entre dos vértices opuestos oscila periódicamente alrededor de la vertical, manteniendo fijo el vértice inferior. En ciertas regiones del espacio de parámetros coexisten dos atractores: A) movimiento "ping-pong" entre dos vértices (temperatura granular alta); y B) estado quasi-líquido en el vértice inferior (temperatura granular baja). Las cuencas de atracción tienen la propiedad llamada "riddled"[2]: en cada vecindad de cada condición inicial que conduce a A existen puntos que conducen a B. Bifurcaciones que convierten a A y a B en repelores dan lugar a una dinámica intermitente en que alternan aperiódicamente temperaturas granulares bajas con altas.

[1] M. Schmick, E. Goles, M. Markus, Phys. Rev. E 62 (2000) 397
[2] M. Woltering, M. Markus, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 630

94 Círculo de Mohr generalizado: Una herramienta gráfica para identificación de bifurcaciones en sistemas dinámicos 2D

Autor: Luis Benadero García-Morato

Afiliación: Dep. Física Aplicada,
Universitat Politécnica de Catalunya,
c/ Jordi Girona 1,
08034 Barcelona

E-mail: luis@fa.upc.es

Colaboradores: Eliezer Toribio (Universitat Politécnica de Catalunya)

El círculo de Mohr es una representación gráfica ampliamente utilizada para tensores $2D$ y simétricos de esfuerzo (deformación) en medio continuo. El llamado círculo de Mohr se obtiene a partir de la matriz asociada al tensor y aporta simultáneamente información del máximo esfuerzo de corte (cizalladura) y de las direcciones y valores principales. Cada punto de su circunferencia se asocia a una dirección del espacio físico, de forma que el ángulo entre dos direcciones se corresponde con ángulo doble y sentido opuesto en la circunferencia.

Este método es utilizable igualmente para representar gráficamente la matriz Jacobiana, A, obtenida mediante la aproximación lineal local de un sistema dinámico en torno a un punto singular, Q (que por simplicidad consideramos el propio origen): $f(x) \approx Ax,\ x \in \mathbf{R}^2$. La función $f(x)$ podría corresponder tanto al campo en el entorno de un punto de equilibrio si se trata de un sistema continuo, como a la imagen de x en el entorno de un punto fijo si se trata de un sistema discreto (resultante p. ej. de la aplicación de Poincaré sobre un sistema no autónomo). Para obtener los parámetros del círculo se expresa A como combinación lineal de dos transformaciones simples: $A = \mu_\varphi T_\varphi + \mu_\theta M_\theta$, siendo T_φ un giro de ángulo φ y M_θ una simetría axial según un ángulo θ. El círculo se representa en un plano cartesiano y tiene por radio μ_θ y por centro el extremo de un segmento de longitud μ_φ y ángulo φ (respecto del eje de abcisas). El punto de la circunferencia con ángulo 2θ es la referencia que corresponde con la dirección de la primera variable en el espacio de estados. Mientras que el centro del círculo de Mohr, asociado a tensores simétricos, está en el eje de abcisas, el centro del círculo generalizado puede estar en cualquier punto del plano de representación (el ángulo φ puede tener cualquier valor). La interpretación del círculo generalizado es como sigue: el campo o la imagen para un punto (próximo a Q) tiene la componente radial proporcional a la abcisa en el plano de representación y la transversal proporcional a la ordenada. Ello permite reconocer (con el mencionado criterio de ángulo doble y sentido opuesto) el efecto de la transformación en cualquier dirección del espacio de estados con origen en Q, proporcionando así una perspectiva global de la misma. Como consecuencia, si la circunferencia corta el eje de abcisas, existen dos direcciones propias que junto con sus autovalores quedan determinados gráficamente. Si la circunferencia no corta dicho eje, Q es un foco.

Para identificar bifurcaciones se considera primero que $f(x)$ es un campo. Si el círculo engloba el origen, los autovalores son de signo opuesto y por tanto Q es un punto tipo saddle. Si intersecta el eje de abcisas en su parte negativa, Q es un nodo estable (inestable si corta en su parte positiva). En la bifurcación saddle-node la circunferencia corta justo en el origen. En la bifurcación Hopf, el centro del círculo queda en eje de ordenadas (A tiene traza nula). Si se considera que $f(x)$ es la imagen de x (sistema discreto), la bifurcación flip queda identificada cuando la circunferencia corta el eje de abcisas en el valor -1, siendo el otro punto de corte de valor absoluto inferior.

95 Inestabilidad Rosetón en líquidos poco conductores

Autor: Francisco Vega Reyes

Afiliación: Universidad de Sevilla
Depto. Electrónica y Electromagnetismo,
Avda. Reina Mercedes s/n
Sevilla, 41012

E-mail: fvega@us.es

WWW: http://www.cica.es/aliens/deeus

Colaboradores: Alberto T. Pérez Izquierdo (U. Sevilla, Depto.Electrónica y Electromagnetismo)

El Rosetón es una inestabilidad electrohidrodinámica (EHD) de superficie que ha sido observada en líquidos poco conductores bajo inyección unipolar. La descarga corona es el método experimental que hemos utilizado para inducir inyección unipolar. Presentamos una serie de medidas de dicha inestabilidad y las comparamos con un análisis teórico. El acuerdo razonable entre teoría y experimentos parece confirmar que este tipo de inestabilidad no puede explicarse con las teorías clásicas sobre inestabilidades EHD de superficie, en las que no se ha tenido en cuenta la posibilidad de una conducción eléctrica de tipo no-óhmico (no-lineal con el campo eléctrico) en al menos una de las partes del sistema. El mecanismo de la inestabilidad superficial Rosetón se basa en que el salto de presión electrostática tiene igual signo que el campo aplicado, con lo que la evolución temporal no es violenta sino gradual. Además, la inyección permite la aparición de la inestabilidad de superficie en líquidos poco conductores con valores críticos casi 100 veces menores que los correspondientes al caso sin inyección. Todo esto concuerda con las observaciones experimentales, en las que el Rosetón presenta valores críticos que se encuentran en el rango predicho y confiere a esta inestabilidad electrohidrodinámica de superficie características peculiares frente a las anterioremente conocidas inestabilidades de superficie en líquidos óhmicos, poniendo así en evidencia la existencia de nuevas inestabilidades hasta ahora no previstas en las teorías sobre la EHD.

96 Imperfect Gluing Bifurcation in a Taylor-Couette flow

Autor: Vicente Iranzo Fernandez

Afiliación: Universitat Politecnica de Catalunya
Departamento de Fisica Aplicada,
Campus Nord, Nod. B5
08034 Barcelona

E-mail: iranzo@fa.upc.es

Colaboradores: Francisco Marques (UPC), Juan Lopez (Arizona State University)

Global bifurcations play a key role as organizing centers in fluid dynamics, especially where multiple states co-exist. A class of global bifurcations that has been receiving much attention of late is the gluing bifurcation. The unfolding due to imperfections of a gluing bifurcation occurring in a periodically forced Taylor-Couette system is numerically analyzed. In the absence of imperfections, a temporal glide-reflection Z_2 symmetry exists, and two global bifurcations occur within a small parameter region: a heteroclinic bifurcation between two saddle two-tori and a gluing bifurcation of three-tori. Due to the presence of imperfections, these two global bifurcations collide, strongly reducing the range of validity of the generic unfolding of the gluing bifurcation. For moderate values of the imperfection parameter, the global bifurcations no longer exist, becoming local Naimark-Sacker bifurcations. So, in an experiment with even small levels of imperfection, complex spatio-temporal dynamics can be present that are not obviously associated with the underlying gluing bifurcation, and their origin would be difficult to reconcile.

97 Estructura de cúspides de órbitas periódicas en el entorno de un ciclo heteroclino tipo punto-T

Autor: Fernando Fernández Sánchez

Afiliación: Departamento de Matemática Aplicada II
Escuela Superior de Ingenieros
Universidad de Sevilla
Camino de los descubrimientos s/n
Sevilla, 41092

E-mail: fernando@esi.us.es

WWW: http://www.ma2.us.es/~ fernando

Colaboradores: Emilio Freire Macías (U.de Sevilla), Alejandro J. Rodríguez Luis (U. de Sevilla)

Consideremos un sistema parametrizado tridimensional de ecuaciones diferenciales autónomas que posee, para cierto valor de los parámetros, dos puntos de equilibrio hiperbólicos tipo silla-foco con una doble conexión heteroclina, de tal modo que las variedades unidimensionales coinciden y las bidimensionales tienen un corte transversal. Abusando del lenguaje, llamaremos punto-T, tanto al punto del espacio de parámetros donde se produce dicha degeneración como al ciclo heteroclino correspondiente. Típicamente, este fenómeno tiene codimensión dos y su nombre, punto-T, puede provenir del orden de dicha codimensión (*codimension Two*) o bien de que dicho centro organizador aparece en el plano de parámetros como punto final (*Terminal point*) de curvas de bifurcación de conexiones globales.

La presencia de puntos-T ha sido detectada en sistemas dinámicos tan diversos como las ecuaciones de Lorenz, las ecuaciones de Rössler y ciertos modelos de osciladores electrónicos no lineales. Varios trabajos han sido llevados a cabo en relación a la existencia de órbitas homoclinas y heteroclinas de codimensión uno organizadas por el punto-T; sin embargo, no abundan los estudios referidos a las bifurcaciones de órbitas periódicas. Hagamos notar que, como se pone de manifiesto en el caso de las homoclinas de tipo Shil'nikov, la estructura del comportamiento periódico en las cercanías de una conexión global puede ser muy variada y compleja. Así pues, parece de interés analizar la existencia de bifurcaciones de órbitas periódicas en el entorno de una degeneración punto-T y, en esta comunicación, nos centraremos en un caso de codimensión dos: las bifurcaciones cuspidales.

La técnica usual para el estudio de la dinámica alrededor de conexiones globales procede a la construcción de secciones transversales al flujo en un entorno tubular y al establecimiento de las correspondientes aplicaciones de retorno. Las órbitas periódicas aparecen así como puntos fijos de funciones de iteración bidimensional y sus bifurcaciones se trasladan, por tanto, a bifurcaciones de puntos fijos.

Siguiendo las ideas anteriores probamos la existencia, en el plano de parámetros, de curvas de bifurcaciones tipo silla-nodo de órbitas periódicas en un entorno del punto-T. Así mismo, mostramos la aparición, sobre dichas curvas, de puntos cuspidales cuya estructura y organización, alrededor del punto-T, es analizada con detalle. Las hipótesis de estos resultados hacen referencia a los cocientes de Shil'nikov de los equilibrios silla-foco involucrados en el ciclo heteroclino.

En la comunicación se mostrarán experiencias numéricas sobre un modelo concreto de la aplicación de retorno, con el objeto de visualizar los resultados teóricos obtenidos.

98 Mantenimiento de estructuras mediante ruido espacio-temporal en sistemas excitables.

Autor: Sergio Alonso Muñoz

Afiliación: Departament de Química Física, Universitat de Barcelona
Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona, Spain

E-mail: s.alonso@qf.ub.es

Colaboradores: I. Sendiña-Nadal y V. Pérez-Muñuzuri (Universidad de Santiago de Compostela), J.M. Sancho y F. Sagués (Universidad de Barcelona)

Las ondas viajeras y las ondas espirales son estructuras características de los sistemas excitables. Estas estructuras se encuentran en multitud de sistemas químicos y biológicos; en particular nuestro objeto de estudio es la reacción química Belousov-Zhabotinsky fotosensible.

Los sistemas excitables se modelan matemáticamente mediante la utilización de sistemas de ecuaciones reacción-difusión acopladas:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_u \nabla^2 u + \frac{1}{\epsilon} f_u(u, v; \lambda)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = D_v \nabla^2 v + f_v(u, v; \lambda)$$

donde las variables u y v representan respectivamente las concentraciones de activador (variable rápida) y de inhibidor (variable lenta).

En un dispositivo experimental existiran unos parametros de control, representados por λ en las ecuaciones anteriores, que nos permitiran controlar el régimen de excitabilidad del sistema dinámico (en nuestro caso y debido al carácter fotosensible de la reacción, este parametro sera la iluminación). Por lo tanto diferenciaremos entre: condiciones de excitabilidad, donde una perturbación es capaz de generar una onda viajera o un pulso circular; condiciones de subexcitabilidad, en las cuales el sistema no consigue mantener ningun tipo de onda, , o de sistemas con características oscilatorias cuando el sistema es capaz de generar trenes de pulsos.

Nuestro estudio consiste en la introducción de fluctuaciones estocásticas externas a través de la iluminación y estudiar la respuesta del sistema a estas perturbaciones. En particular nos interesa la posibilidad de observar transiciones entre estados de diferente excitabilidad, debido a las fluctuaciones .

Mediante este dispositivo conseguimos mantener pulsos en condiciones en las cuales determinísticamente desaparecerían, y tambien generar estructuras de carácter oscilatorio.

Se interpretan analíticamente estos efectos en términos de ecuaciones estocásticas en derivadas parciales, llegando a un sistema matemático efectivo que nos permite explicar no sólo las diferentes transiciones de excitabilidad, si no que tambien las variaciones de los valores característicos de las autoondas, como la velocidad, el periodo de rotación de las ondas espirales, el periodo de oscilación de los trenes de ondas,...

Tambien se analizan desde el punto de vista teórico y de simulación los efectos de ruidos mas realistas en función de las longitudes y tiempos de correlación del ruido .

99 Efectos del ruido en la estabilización de sistemas no lineales

Autor: María José Garrido Atienza

Afiliación: Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas
c/Tarfia, s/n
Sevilla, 41012

E-mail: mgarrido@numer.us.es

Colaboradores: Tomás Caraballo Garrido (U. de Sevilla), José Real Anguas (U. de Sevilla).

Uno de los problemas más importantes en teoría de estabilidad es el de la estabilización de sistemas deterministas y/o estocásticos mediante ruidos. Resulta de gran interés analizar si la presencia de términos aleatorios en las ecuaciones de un determinado modelo puede producir un comportamiento diferente al del modelo sin dichos términos.

Recientemente (véase Caraballo et al., 2001) se han probado algunos resultados sobre estabilización exponencial de sistemas tanto deterministas como estocásticos cuando un determinado tipo de ruido aparece en la ecuación. Pero puede ocurrir que el ruido no cause estabilidad exponencial, o que no sepamos determinar si el sistema perturbado estocásticamente es o no exponencialmente estable. Por tanto, es interesante investigar si el ruido produce algún tipo de estabilidad más débil, como por ejemplo, estabilidad polinomial o estabilidad logarítmica, o incluso más fuerte, por ejemplo, de tipo superexponencial.

En esta Comunicación se presentarán resultados recientes sobre el comportamiento asintótico de la ecuación

$$dX(t) = f(t, X(t))dt + g(t, X(t))dW(t),\ t > 0,$$
$$X(0) = X_0,$$

donde $W(t)$ es un proceso de Wiener con valores reales. Más concretamente, dada una función positiva $\lambda(t)$ definida para $t > 0$ suficientemente grande, tal que $\lim_{t\to\infty} \lambda(t) = \infty$, diremos que la solución de la ecuación anterior decae a cero casi seguramente con función de decaimiento $\lambda(t)$ y orden al menos γ si casi seguramente

$$\limsup_{t\to\infty} \frac{\log |X(t, X_0)|}{\log \lambda(t)} \leq -\gamma,$$

es decir, si su exponente generalizado de Lyapunov es menor o igual que $-\gamma$ con probabilidad uno.
Obtendremos algunos resultados sobre estabilidad casi segura para la ecuación anterior, los cuales nos permitirán establecer algún tipo de efecto estabilizante producido por el ruido multiplicativo sobre la ecuación determinista

$$dX(t) = f(t, X(t))dt,\ t > 0,$$
$$X(0) = X_0.$$

También analizaremos criterios para la construcción de estabilizadores de tipo feedback.

Por otro lado, si consideramos un sistema diferencial estocástico que no sabemos demostrar si es exponencialmente estable, o realmente no lo es, lo perturbaremos con otro ruido (necesitaremos que ambos ruidos sean independientes) y estableceremos en determinados casos estabilidad casi segura del problema perturbado, consiguiendo entonces estabilización de un sistema estocástico.

En esta Comunicación se pretende entonces ofrecer una visión global del papel estabilizante del ruido tanto en sistemas no lineales deterministas como estocásticos.

100 Transporte y fluctuaciones en conductores difusivos muy alejados del equilibrio

Autor: Inmaculada R. Cantalapiedra

Afiliación: Departament de Física Aplicada, Universitat Politècnica de Catalunya,
Av. Dr. Marañon, 44,
E-08028 Barcelona, Spain.

E-mail: inma@fa.upc.es

Colaboradores: G. Gomila (U. Barcelona), L. Reggiani (U. Lecce)

WWW: http://www-fa.upc.es/websfa/eupb/

En esta comunicación se presentará un estudio del transporte y fluctuaciones en un conductor difusivo nodegenerado. A partir del modelo desarrollado se analizará un amplio rango de parámetros, desde longitudes pequeñas a grandes y desde inyecciones de carga baja a alta. Como resultado principal se muestra la existencia de ruido *shot* (cuya densidad espectral es proporcional a la intensidad de corriente) en dichos conductores aún en presencia de distribuciones no homogéneas de carga. También se mostrará que la transición entre ruido térmico y *shot* consiste en una región donde la densidad espectral de baja frecuencia depende de la raiz cuadrada de la corriente seguido por una dependencia cúbica en la corriente.

101 Fórmula probabilística para un sistema quasi-lineal de ecuaciones en derivadas parciales con condición neumann en la frontera

Autor: Pedro Marín Rubio

Afiliación: Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas,
Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico,
c/Tarfia s/n, Sevilla, 41012

E-mail: pedro@numer.us.es

WWW: http://www.us.es/gaesdif

Colaboradores: José Real Anguas (Dpto. EDAN, Facultad de Matemáticas, U. de Sevilla)

Una generalización de la fórmula de Feymann-Kac es estudiada. Se relacionan dos problemas: el primero, un sistema estocástico progresivo retrógrado acoplado en sus variables y con procesos de difusión con reflexión en la frontera interviniendo en dicho problema. El segundo es un sistema determinista (sin ruido ni aleatoriedad alguna) de ecuaciones en derivadas parciales fuertemente no lineal: ecuaciones quasi-lineales del tipo

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_k}{\partial t}(r,x) + \nabla u_k(r,x) b(r,x,u(r,x), \nabla u(r,x)\sigma(r,x,u(r,x))) + \\ + \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{d} (\sigma\sigma^*)_{ij}(r,x,u(r,x)) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}(r,x) + \\ + f_k(r,x,u(r,x), \nabla u_k(r,x)\sigma(r,x,u(r,x))) = 0\end{aligned}$$

con condición Neumann en la frontera del dominio considerado. La complejidad del segundo problema se *aminora* gracias al primer sistema, del que la existencia y unicidad de solución es probada, ofreciendo una *candidata* a solución del segundo sistema. Probamos que al menos dicho método estocástico permite obtener la solución determinista cuando ésta es suficientemente regular (clásica), quedando pendientes generalizaciones (e.g. solución de viscosidad). También se muestran problemas abiertos al respecto en relación al uso de las ecuaciones retrógradas con reflexión.

102 Transición metal-aislante en sólidos 1D con correlaciones de largo alcance. Implicaciones en el ADN.

Autor: Pedro Carpena

Afiliación: Departamento de Física Aplicada II.
E.T.S.I. de Telecomunicación,
Universidad de Málaga.
29071 Málaga.

E-mail: pcarpena@ctima.uma.es

Colaboradores: Pedro Bernaola-Galván (U. Málaga), P.Ch. Ivanov (U. Boston), R. Román Roldán (U. Granada), and J.L. Oliver (U. Granada).

El desorden en un sólido unidimensional tiene un efecto drástico: las funciones de onda se localizan en regiones pequeñas del sólido, es decir, que el electrón sólo puede moverse por una región reducida del sistema. Eso convierte al sistema en un aislante, incapaz de conducir la corriente eléctrica. Por el contrario, un sólido perfectamente regular presenta funciones de onda con periodicidad idéntica a la red 1D subyacente, y por tanto extendidas a todo el sólido, por lo que puede comportarse como un conductor. La teoría tradicional considera esta situación como inalterable: por pequeño que sea el desorden introducido en el sistema, en el límite de sistemas grandes los electrones están localizados y el material es un aislante.

Sin embargo, esta aseveración tan concluyente está basada en el hecho de considerar el desorden en el sistema como un ruido puramente aleatorio (o ruido blanco), con el que se construye la serie numérica de energías asignadas a los átomos de la cadena considerada. Recientemente, hemos demostrado que la teoría convencional no es aplicable si el desorden considerado no es 'puro', sino que se consideran energías extraídas de una serie numérica con correlaciones de largo alcance (también llamada 'ruido marrón'), cuyo espectro de potencia corresponde a una ley de potencias de exponente no nulo. Esta distribución aparece frecuentemente en sistemas dinámicos no lineales que poseen propiedades de tipo fractal. En función del grado de correlaciones introducidas en el sistema, hemos observado una transición de fase aislante-conductor para un valor crítico del exponente de la ley de potencias anteriormente mencionada [1].

Este hallazgo puede ser de gran importancia para la conducción en el ADN, puesto que por un lado se ha demostrado que se comporta como un conductor unidimensional[2], y por otro, posee claras correlaciones de largo alcance, conocidas desde hace aproximadamente una década[3]. Nuestros primeros resultados en este sentido indican que, efectivamente, las regiones de ADN en las que hay grandes correlaciones conducen la corriente eleéctrica mucho mejor que las que no presentan dichas correlaciones.

[1] P. Carpena et al (2002). Enviado a *Nature*.
[2] Z.G. Yu and X. Song. Phys. Rev. Lett. **86**, 6018 (2001).
[3] C.K. Peng et al., Nature **356**, 168 (1992).

103 No linealidad en las series de temporales de rendimiento y volatilidad de los tipos de cambio

Autor: Pilar Grau Carles

Afiliación: Universidad Rey Juan Carlos
Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales,
Paseo de los Artilleros s/n
Madrid, 28032

E-mail: grau@fcjs.urjc.es

Colaboradores: Andrés Fernández Díaz (U. Complutense de Madrid), Lorenzo Escot Mangas (Universidad Complutense de Madrid))

Existe un amplio acuerdo entre los economistas sobre el comportamiento no lineal de los rendimientos y la volatilidad de los tipos de cambio, sin embargo, algunas de las no linealidades encontradas pueden ser producto de cambios en la distribución de los datos. Para comprobar este hecho se utilizan dos de los tests más robustos a la hora de detectar no linealidades en una serie temporal, el test BDS y el test de Kaplan. Aplicando dichos test a conjuntos de datos, generados mediante simulación, que siguen una distribución normal, pero con varianzas distintas, se rechaza la hipótesis de linealidad si se analiza la serie completa. Sin embargo, si se analizan submuestras de datos, ambos tests permiten detectar cuando se ha producido el cambio en la varianza. Al aplicar esta nueva metodología a tres series de tipo de cambio, la del marco alemán, la de la libra británica y la del yen japonés, en términos de dólares americanos, se puede concluir que algunas de las no linealidades encontradas son producto de cambios en la varianza, mientras que otras no. Por otro lado, si se analiza el comportamiento de la volatilidad, se encuentra que el modelo ARFIMA, es capaz de capturar la memoria larga de la serie, pero que, dependiendo de la *proxy* utilizar para estudiar la volatilidad, dicho modelo no es siempre capaz de capturar todas las no linealidades de los datos.

104 Subastas de valoración casi común

Autor: Xavier Jarque i Ribera

Afiliación: Universitat Autònoma de Barcelona,
Departament d'Economia i d'Història Econòmica,
08193 Bellaterra (Barcelona)

E-mail: xavier.jarque@uab.es

WWW: http://pareto.uab.es/~xjarque

Colaboradores: M. A. de Frutos (U. Carlos III de Madrid)

En este trabajo se consideran subastas comunes, aquellas para las cuales el valor del objeto es una función de las señales (independientes) de las empresas. En particular estudiamos el efecto de una asimetría en la valoración del objeto (subastas casi-comunes) por parte de las empresas.

De hecho las asimetrías están presentes en la mayoría de las subastas en la práctica. Por ejemplo en la subasta de frecuencias FCC es conocido el especial interés de PacTel en las licencias de Los Angeles y San Francisco. Es decir, la asimetría es causada por el interés explícito de una de las empresas en el producto. Por otro lado la asimetría puede venir determinada por un especial interés por parte de una de las empresas participantes o, simplemente, por un problema de restricción monetaria de las mismas.

Las asimetrías, aún siendo pequeñas, pueden jugar un papel determinante. En una subasta ascendente, el jugador aventajado (aquel que valora más el objeto) va a pujar más agresivamente, de manera que el jugador desaventajado deberá pujar de manera más cautelosa de manera que, repitiendo el argumento, en equilibrio el jugador desaventajado puede decidir no participar en la subasta. Pero esto supone una clara disminución de los precios finales. Por ejemplo, en la subasta de radio–frecuencias de USA, la empresa MCI (tercera empresa más grande del mercado de las telecomunicaciones) no tuvo ningún interés en participar.

El modelo se construye considerando dos empresas A (aventajada) y D (desaventajada). El valor del objeto viene determinado por αV para la empresa A y por βV para la empresa D, con $\beta < \alpha$. Cada una de las empresas recibe una señal $x_i,\ i = A, D$ distribuidas uniformemente en $[0, 1]$. Finalmente el valor del objeto $V = x_A + x_D$.

La subasta se considera a primer precio (es decir, el jugador que gana la subasta paga su oferta). Se determinan las pujas de equilibrio como soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales no autónomas y se demuestra la continuidad de los equilibrios con respeto del parámetro de asimetría cuando este tiende a 1 (valor para el cual la subasta es de valoración común o simétrica). Además se considera un estudio numérico de los beneficios del subastador y se comparan los resultados con el caso simétrico que corresponde.

105 El nuevo concepto de complejidad y su incidencia en el analisis econometrico y la gestion empresarial

Autor: Ruth Mateos de Cabo

Afiliación: Universidad San Pablo CEU
Fecultad de Ciencias Económicas y Empresariales,
Julián Romea, No. 23
Madrid, 28003

E-mail: matcab@ceu.es

Colaboradores: Elena Olmedo Fernández (Universidad de Sevilla), Juan Manuel Valderas Jaramillo (Universidad de Sevilla)

Se analiza el cambio experimentado por el concepto de complejidad a la luz de la sensibilidad a las condiciones iniciales, y su incidencia en el resurgimiento de conceptos como globalidad, inestabilidad y no linealidad. Se finaliza el trabajo estudiando cómo han influido estos conceptos en el análisis econométrico y en la gestión empresarial. En cuanto a la econometría ha surgido un nuevo enfoque, la econometría de la complejidad, que se concibe como complementario al tradicional. Se compararan ambos enfoques y sus limitacones. Y en cuanto a la gestión empresarial, se señala, entre otras cosas, la idea del aprovechamiento por parte de las empresas de la inestabilidad y adaptabilidad al entorno.

106 A measure of simplicity for the dynamics of Cournot n-poly games.

Autor: Juan Luis García Guirao

Afiliación: Departamento de Fundamentos del Análisis Económico. Facultad de Ciencias Ecoómicas y empresariales, Campus de San Vicente del Raspeig 30.071, Alicante (España).

E-mail: jlgg@merlin.fae.ua.es

Colaboradores: F. Balibrea (U. de Murcia) and P. Mossay (U. de Alicante).

Let X be a compact metric space and $\phi : X \to X$ a continuous map ($\phi \in C(X, X)$). The pair (X, ϕ) is called the *discrete dynamical system* generated by ϕ on X. When $X = I^2$ ($I = [0, 1]$), there exists a class $\mathcal{F} \subset C(I^2, I^2)$ such that the systems generated by its elements give a mathematical description of a very well known competitive production process called *Cournot duopoly* (see for instance [5]). Those maps are called *Cournot maps* and are of the form $\phi(x, y) = (\phi_1(y), \phi_2(x))$ where $\phi_i \in C(I, I)$, $i \in \{1, 2\}$. This discrete model has been studied from different points of view in order to describe its dynamical behavior (see for example [8] or [7]). Recently, in [6], a topological caracterization for its dynamics complexity was given.

In this comunication we prove a similar result for a more general production process that we call *Cournot n-poly game*. Suppose that there are n ($n \geq 2$ integer) firms that produce an identical good, their responses in terms of the production are simultaneous and they depend on the production of a rival firm in the last step. For this economic situation, we give a mathematical model based in a discrete dynamical system generated by the elements of a class $\mathcal{G}_n$ of $C(I^n, I^n)$ expediently defined[1]. The statement of our main result is where by $h(\cdot)$, $UR(\cdot)$, $R(\cdot)$ and $AP(\cdot)$ we denote the *topological entropy* and the sets of *uniformly recurrent points*, *recurrent points* and *almost periodic points* respectively:

Teorema 2 *Let $n \geq 2$ be an integer and $\phi \in \mathcal{G}_n$ be a continuous endomorfism of I^n. The following properties are equivalent:*
(1) $h(\phi) = 0$,
(2) there exists $m \in \{1, 2, 2^2, 2^3, ...\} \cup \{2^\infty\}$ such that: $Per(\phi) = S_n(m)$ or $Per(\phi) = S_n(m) \cup \{p \in \mathbb{N} : p \mid n, p \geq 2\}$.
(3) $UR(\phi) = R(\phi)$,
(4) $AP(\phi) = \{z \in I^n : \lim_{n\to\infty} \phi^{2^n}(z) = z\}$.

We remark that our result give a tool for a particular case of n-poly. As an open problem we propose to find a similar result for a general n-poly model, that is, a process modeled by discrete dynamical systems in the form, $\phi(x_1, x_2, ..., x_n) = (\phi_1(x_2, x_3, ..., x_n), \phi_2(x_1, x_3, ..., x_n), ..., \phi_n(x_1, ..., x_{n-1}))$ where $\phi_i \in C(I^{n-1}, I)$, $i \in \{1, 2, ..., n\}$. From our point of view, the biggest obstacle to get this aim, following our research line, is to know the ω-limit sets structure of the maps ϕ_i. Recently, new relsults in this field have been given (see for example [1] or [4]) but they are not enough to solve the problem.

[1] S. J. Agronsky and J.G. Ceder [1991/1992]. *What Sets Can be ω-limit Sets in E^n ?* . Real Analysis Exchange. **17**, 97-109.
[2] S. J. Agronsky and J.G. Ceder [1991/1992]. *Each Peano Subspace of E^k is an ω-limit Sets.* Real Analysis Exchange. **17**, 371-378.
[3] F. Balibrea, J.L. García and J.I. Muñoz. [2001]. *Description of ω-limit Sets of a Triangular map on I^2*. Far East Journal of Dynamical Systems. **3(1)**, 87-101.
[4] F. Balibrea, J.L. García and J.I. Muñoz. [2002]. *A Triangular map on I^2 whose ω-limit Sets are all Compact Interval of $\{0\} \times I$.* To appear in Discrete and Continuous Dynamical Systems.
[5] G.I. Bischi, L. Gardini and C. Mammana [2000]. *Multistability and Cyclic Attractors in Duopoly Games.* Chaos, Solitions and Fractals. **11**, 543-564.
[6] J.S. Cánovas and A. Linero [2001]. *Topological Dynamics Classification of Duopoly Games.* Chaos, Solitions and Fractals. **12**, 1259-1266.
[7] R.A. Dana and L. Montrucchio [1986]. *Dynamical Complexity in Duopoly Games.* J. Econom. Theory. **40**, 40-56.
[8] T. Puu [1991]. *Chaos in Duopoly Pricing.* Chaos, Solitions and Fractals. **1**, 573-581.

[1] In general we can introduce this class of maps. Let X be a nonempty compact metric space. A map $\phi \in C(X^n, X^n)$ where $X^n = X \times ... \times X$, $n \geq 2$ times, is called a σ-permutation map if it is of the form: $\phi(x_1, x_2, ..., x_n) = (\phi_{\sigma(1)}(x_{\sigma(1)}), ..., \phi_{\sigma(n-1)}(x_{\sigma(n-1)}), \phi_{\sigma(n)}(x_{\sigma(n)}))$, where $\phi_i \in C(X, X)$, $i \in \{1, 2, ..., n\}$ and σ is a cyclic permutation of $\{1, 2, ..., n\}$

107 Detección de comportamientos caóticos mediante modelos TAR

Autor: Ricardo Gimeno Nogués

Afiliación: Universidad Pontificia Comillas de Madrid
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales,
c/Alberto Aguilera, 23
Madrid, 28015

E-mail: rgimeno@cee.upco.es

WWW: http://www.geocities.com/ricardo_gimeno/curro/

Colaboradores: Elena Olmedo Fernández (U. de Sevilla)

Los métodos de detección de caos en series temporales que se usan de forma habitual, como la dimensión de correlación o los exponentes de Lyapunov, requieren disponer de tamaños muestrales del orden de 10^5 o superiores. Para series más reducidas, los resultados obtenidos la mayoría de las veces no son concluyentes.

La mayoría de las series temporales económicas son de corta duración. En este tipo de series, con periodicidad rara vez inferior a la mensual, resulta difícil superar las 200 observaciones, cifra muy alejada de los requisitos de la dimensión de correlación, que apenas se alcanza para las series financieras, en las que se logran obtener datos de menor frecuencia.

La alternativa que se propone en la presente comunicación para las series de reducido tamaño es la estimación de modelos denominados *Threshold Autorregresive* (TAR). Estos modelos son los equivalentes estocásticos a los modelos deterministas de tipo *Tent Map* cuya dinámica es de sobra conocida dentro de los estudios no lineales. A partir de la estimación de los parámetros del modelo TAR es posible analizar si el mapa determinista asociado presenta dinámica caótica o no. La estimación estadística conlleva la obtención de intervalos de confianza que sirven de base para la elaboración de árboles de bifurcación.

La ventaja de este método radica en la facilidad de estimación de los modelos TAR, y en la posibilidad de hacer inferencia estadística. También resulta posible dar un grado de fiabilidad a un posible comportamiento caótico. Esta metodología se ha probado con series temporales de la coyuntura económica española.

108 Parallel implementation of a Lie series algorithm for computing normal forms

Autor: Pau Roldán González

Afiliación: Departament de Matemàtica Aplicada I
ETSEIB-UPC
Avda. Diagonal 647
08028 Barcelona

E-mail: roldan@ma1.upc.es

WWW: http://www-ma1.upc.es/personal/roldan.html

Colaboradores: Amadeu Delshams (U. Politécnica de Catalunya)

An autonomous analytic system $dx/dt = x' = f(x)$ can be reduced in the vicinity of a fixed point (or other invariant objects) to a simpler 'normal form' $y' = g(y)$ by means of a formal change of variables $x = u(y)$. Although the variables transformation u is often divergent, normal forms are useful for investigating the main properties of the system in the neighbourhood of the fixed point (stability, invariant manifolds, periodic solutions, bifurcations, etc). In the case of a Hamiltonian system, canonical trasformations u are sought so as to preserve the symplectic structure.

In this paper, a parallel version of a well known algorithm for computing normal forms of general systems based on Lie transforms is discussed. Furthermore an implementation for Hamiltonian systems is presented and its performance is evaluated.

109 Una aceleración del método PHM para leyes de conservación

Autor: Sonia Busquier Sáez

Afiliación: Universidad Politécnica de Cartagena
DEpartamento de Matem °'atica Aplicada y Estadística
Paseo de Alfonso XIII, 52
Cartagena, 30203

E-mail: sonia.busquier@upct.es

WWW: http://filemon.upct.es/˜amat

Colaboradores: Sergio Amat Plata (U. Politécnica de Cartagena), Vicente Francisco Candela Pomares (U. Valencia)

Gran parte de los fenómenos naturales son modelizados vía Ecuaciones en Derivadas Parciales. Una clase de éstas son las leyes de conservación, ecuaciones de tipo hiperbólico. Son básicas en Dinámica de Fluidos. Su interés va más allá de sus aplicaciones, ya que, son extramadamente difíciles de estudiar.

Los métodos ENO (esencialmente no oscilatorios), que se presentan en el trabajo "Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes" por Harten, Osher, Engquist y Chakravarty, son una clase de métodos numéricos "shock capturing" de alto orden para sistemas de leyes de conservación hiperbólicas. Con estos métodos se han obtenido excelentes resultados para gran variedad de problemas. Por otra parte, Marquina en su trabajo titulado "Local piecewise hyperbolic reconstruction of numerical fluxes for nonlinear scalar conservation laws", introduce el PHM (piecewise harmonic method), un nuevo método local "shock capturing" de tercer orden. La mayor ventaja que presenta este método respecto a sus afines es su carácter local.

En este trabajo, se construye un versión polinómica. Nuestra reconstrucción es análoga al PHM, pero usando polinomios en lugar de hipérbolas. Así el método será más ventajoso desde el punto de vista computacional. Se hará un estudio teórico-práctico del método donde se comparará con los métodos clásicos de alto orden. Se demostrará que el método introducido tiene variación total localmente acotada, propiedad fundamental sin la cual no se puede asegurar L_1-convergencia a una solución débil de la ecuación. Se presentarán los resultados numéricos de diversas leyes de conservación, donde se testará la robustez del método introducido. Se estudiarán ecuaciones en 1 y 2 dimensiones, así como las ecuaciones clásicas de Euler (puesto que desempeñan un papel especial, gran parte de la teoía matemática de las leyes de conservación se ha desarrolllado teniendo en cuenta este sistema). Se verá que el método no es muy sensitivo a la condición CFL y a la discretización, lo que supone dos nuevas ventajas respecto a los métodos clásicos. Además, se verá que el método es estable en presencia de discontinuidades y con poca viscosidad.

110 Tendencias de computación en red y tecnología grid

Autor: Ignacio Martín Llorente

Afiliación: Universidad Complutense de Madrid
Departamento de Arquitectura de Computadores y Automática,
Facultad de Ciencias Físicas
Madrid, 28040

E-mail: llorente@dacya.ucm.es

WWW: http://www.dacya.ucm.es/nacho

El objetivo de nuestra contribución es proporcionar una visión global de la tendencia actual de las diferentes tecnologías que permiten realizar cálculos masivos aprovechando la potencia computacional de sistemas interconectados. Los diferentes modelos de computación en red (*Net Computing*) aportan mecanismos para aprovechar al máximo los recursos distribuidos que generalmente se encuentran infrautilizados. Las alternativas que se presentarán son:

- *Cluster Computing* : Diseño de un cluster de PCs como alternativa a la adquisición de un equipo multiprocesador.
- *Intranet Computing* : Unión de la potencia computacional desaprovechada en los recursos hardware distribuidos en una red de área local (la mayoría de los PCs y estaciones de trabajo están frecuentemente ociosos).
- *Internet Computing* : Aprovechamiento de la potencia de los recursos distribuidos por Internet siguiendo el modelo cliente/servidor. Actualmente casi todas estas herramientas se limitan a ejecución paramétrica.
- *Collaborative Portal*: Desarrollo de un portal web de colaboración que permita la interacción entre grupos, empresas y proveedores de forma fácil y eficiente.
- *Computing Portal*: Desarrollo de un portal que proporcione un único punto de acceso seguro basado en navegador web para invocar servicios como la ejecución de aplicaciones en plataformas de alto rendimiento.

Durante la ponencia se expondrán las características más importantes de estos paradigmas de computación, ejemplos de uso, ventajas e inconvenientes así como direcciones web donde los asistentes podrán acceder a herramientas, en algunos casos de dominio público, que permiten implementar este tipo de soluciones para resolver la demanda de computación de los problemas no lineales.

Estas tecnologías son casos especiales de una nuevo paradigma de computación distribuida que en poco tiempo estamos seguros que va a revolucionar no sólo la computación de altas prestaciones sino Internet en general. Esta nueva tendencia denominada *Grid Computing* supone un cambio radical en la colaboración de sistemas conectados a Internet y en particular en la computación de altas prestaciones debido a su enorme potencial respecto al intercambio y gestión de recursos. El objetivo de la tecnología *Grid* es servir de base o *middleware* al desarrollo de los sistemas y las aplicaciones que constituirán el uso de Internet en pocos años. Los nuevos servicios permitirán utilizar recursos distribuidos en la red (procesadores, disco, red, dispositivos, visualización...) de forma transparente y siempre manteniendo un alto nivel de seguridad y una correcta política de gestión que tenga en cuenta parámetros tanto técnicos como económicos.

111 Programación genérica en C++ de una biblioteca de elementos finitos

Autor: Rafael Rodríguez Galván

Afiliación: Universidad de Cádiz
Departamento de Matemáticas,
c/ Duque de Najera, Edif. Hospital Mora, s/n
Cádiz.

E-mail: rafael.rodriguez@uca.es

Colaboradores: Francisco Guillén González (U. Sevilla)

Presentamos en este trabajo una biblioteca de elementos finitos que ha sido creada usando el paradigma de *programación genérica*, cuya idea central es la abstracción de los algoritmos con respecto a las estructuras de datos sobre las que éstos operan, y mostraremos cómo está siendo empleada para la resolución de algunos problemas de ecuaciones en derivadas parciales que aparecen en Oceanografía.

La programación de software científico para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales, une a la complejidad del código la necesidad de enfrentarse a problemas con gran número de incógnitas (que rebasan, en los casos realistas, la potencia de cálculo de la tecnología actual). Este hecho introduce la necesidad de eficiencia y alto rendimiento, factores que han condicionado los métodos de programación empleados, provocando una fuerte vinculación entre algoritmos y estructuras de datos y dando lugar a grandes dificultades para la reutilización del código. Los últimos años han visto grandes avances en ingeniería del software que permiten tratar con mayores garantías el desarrollo de códigos de gran complejidad. En concreto, la *programación genérica*, ha adquirido gran relevancia con la incorporación de la Standard Template Library (STL) en el lenguaje C++ estándar y posteriormente ha sido aplicada con éxito a bibliotecas numéricas como la Matrix Template Library (MTL).

Siguiendo estas ideas, los autores de este trabajo han desarrollado la Generic FEM Library (GFL), una biblioteca en lenguaje C++ para la resolución numérica de problemas de ecuaciones en derivadas parciales mediante el método de los elementos finitos. En el núcleo de esta biblioteca se halla el código destinado al acceso a las estructuras de datos asociadas con el mallado resultante de la discretización del dominio, el cual ha sido encapsulado en una biblioteca independiente a la que hemos denominado Generic Mesh Library (GML), y que aporta sobre otras bibliotecas similares algunas innovaciones conceptuales relacionadas con el aumento de flexibilidad y de eficiencia.

A más alto nivel, la GFL define, el concepto de *FemProblem*, que representa a un problema de elementos finitos, y consta de una serie de elementos de tipo *FemOperator* los cuales definen las características de las ecuaciones y del esquema utilizado, y pueden ser insertados o eliminados de forma interactiva, haciendo posible el efectuar distintas variantes de un esquema base sin necesidad de recompilar el programa.

Esta biblioteca ha sido empleada por los autores para desarrollar un programa de simulación numérica de las ecuaciones primitivas del océano. Para la discretización en espacio de dominios oceánicos, se han definido productos de elementos finitos sobre un mallado por capas, creado como producto de una malla superficial por otra en profundidad. La filosofía de nuestra biblioteca nos permite el abstraer la complejidad de estas estructuras de datos y usar algoritmos de elementos finitos estándar. Para la discretización en tiempo se han utilizado diversas variantes del método de proyección, para cuya programación se ha empleado la flexibilidad de la GFL para construcción de problemas numéricos.

112 Un esquema adaptativo para la compresión de imágenes

Autor: Juan Carlos Trillo Moya

Afiliación: Universitat de València
Facultat de Matemàtiques, Departament de Matemática Aplicada
c/Doctor Moliner, 50
Burjassot, Valencia, 46100

E-mail: jctrillo@uv.es

WWW: http://gata.uv.es/eng/index.html

Colaboradores: Sergio Amat Plata (U. Politécnica de Cartagena), Sonia Busquier Sáez (U. Politécnica de Cartagena)

En la era de la comunicación en la que vivimos, el tratamiento de la información es fundamental. Internet es algo habitual en nuestros hogares y trabajos. La información se trasmite de unos lugares a otros y para poder hacer esto de la forma más eficiente y rápida se realiza de forma comprimida. Por otro lado, para el almacenamiento de datos, como pueden ser los archivos del FBI con las huellas dactilares de la población, es fundamental la compresión de imágenes. Con compresión nos referimos a tener una versión de la foto original de forma que al ordenador le cueste menos almacenarla. Una de las técnicas más en auge son los algoritmos de compresión vía transformada Wavelet. En estos algoritmos la imagen f^L se sustituye por una representación en baja resolución f^0 y los detalles $\{d^l, \ldots, d^1\}$ necesarios para recuperar la imagen original (versión multiresolución de la imagen). La ventaja es que ahora gran cantidad de los detalles son despreciables y se pueden omitir. Así se obtiene una foto con muchas entradas cero (matriz dispersa) y por lo tanto adaptada para guardarse con coste menor. Por otra parte, las entradas no ceros provienen de los perfiles (singularidades) de la imagen. Si se quiere minimizar el número de éstas, se han de utilizar técnicas de aproximación no lineales (los Wavelets se basan en reconstrucciones lineales). Un posibilidad viene dada por la interpolación tipo ENO, desarrollada por Harten en su trabajo titulado "ENO Schemes with Subcell Resolution", que puede usarse como recontrucción en la multirresolución á la Harten (ver su trabajo titulado "Multiresolution representation of data II"). Sin embargo en el artículo de Amat, Aràndiga, Cohen, Donat, García y von Oehsen titulado "Data compresion with ENO schemes: A case study" se ve que sólo para imágenes geométricas se obtienen mejores resultados que con el lineal. Nuestro objetivo en este trabajo es modificar los esquemas originales tipo ENO para que estén adaptados a la textura de imágenes reales y así ser una alternativa a los esquemas lineales vía Wavelets.

113 Observabilidad para sistemas en la genética de poblaciones.

Autor: María Inmaculada López García.

Afiliación: Universidad de Almería
Facultad de Ciencias Experimentales,
La cañada de san urbano, sn
Almería, 04120

E-mail: milopez@ual.es

Consideramos una población diploide con alelos $A_1, \ldots, A_n$ con N posibles fenotipos o estrategias identificadas con los vértices del simplex

$$\Delta^N := \{(s_1, \ldots, s_N) \in \mathbb{R}^N : \quad s_k \geq 0, \ \sum^N k = 1 s_k = 1\}$$

Para cada genotipo $A_i A_j$ sea $S_{ij} \in \Delta^N$ el fenotipo de un zigote A_{ij} y para cada vector de un estado alélico $p \in \Delta^n$ el fenotipo medio de la población se tiene como,

$$S(p) := \sum_{i,j=1}^{n} p_i p_j S_{ij}.$$

Sea $p(t)$ el vector de frecuencia alélica en la población adulta en el tiempo t. Consideraremos dos modelos no lineales que regularán nuestra dinámica para una cierta matriz de juego $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$. En el primero de ellos, suponemos que los individuos son replicadores en el sentido de tener siempre el fenotipo del "padre" con lo que la dinámica de replicadores viene dada por el siguiente modelo

$$\dot{S}_i = S_i[(AS)_i - SAS], \ i \in \{1, \ldots, N\}$$

en donde S_i representa la frecuencia con que aparece un individuo de tipo i, $(AS)_i = e_i AS$ es la esperanza matemática de la ganancia de un individuo de tipo e_i en un encuentro al azar con otro individuo de la población y SAS es el fenotipo promedio en la población.

Un modelo más complejo es el llamado modelo estratégico, en el que en lugar de considerar únicamente la dinámica de los fenotipos también aparece la composición genética de la población:

$$\dot{p_i} = p_i(S^i - S)AS, \ i \in \{1, \ldots, N\}.$$

Usando una condición suficiente general para la observabilidad en sistemas no lineales con variedades invariantes, encontramos condiciones suficientes para la observabilidad del modelo, bajo ciertas características fenotípicas de dicha población, lo cual tiene importantes aplicaciones en modelos genéticos.

114 Segmentación de señales cardíacas

Autor: Pedro A. Bernaola Galván

Afiliación: Universidad de Málaga
E.T.S.I. de Telecomunicación,
Campus de Teatinos s/n
Málaga, 29071

E-mail: rick@uma.es

WWW: http://klander.ctima.uma.es/pedros

Colaboradores: Plamen Ch. Ivanov (U.Boston), Pedro Carpena (U. Málaga), José L. Oliver (U. Granada), Ramón Román Roldán (U. Granada)

Una característica bien conocida de las series de datos fisiológicos en general y los de ritmo cardíaco en particular, es su no estacionariedad, esto es, sus propiedades estadísticas (media, varianza, etc.) no se mantienen constantes en el tiempo como consecuencia de la necesidad que tiene el organismo de adaptarse y dar respuesta a diferentes tipos de estímulos, tanto internos como externos.

En el caso de las series numéricas de intervalos entre sucesivos latidos del corazón, regiones con diferentes valores medios se corresponden con diferentes niveles de actividad cardíaca y, por tanto, su identificación es especialmente interesante para la comprensión de la dinámica cardíaca. La tarea, a primera vista sencilla, de localizar dentro de una serie temporal regiones con diferentes valores medios, se complica en este caso por la presencia de heterogeneidades a todas las escalas (multifractalidad [1]) así como comportamiento no lineal [2] que, como mostraremos, está íntimamente ligado a la no estacionariedad que comentábamos arriba.

Aquí presentamos un método de segmentación aplicable a cualquier tipo de serie numérica, que nos permite dividirla en segmentos homogéneos con un valor medio significativamente diferente de los segmentos que lo flanquean. Este método [3] no hace ninguna suposición *a priori* sobre el tamaño de los segmentos lo cual lo hace especialmente apropiado para el estudio de series temporales fractales que presentan heterogeneidades a todas las escalas.

La aplicación de este método a datos correspondientes tanto a individuos sanos (entre ellos astronautas en ausencia de gravedad) como a enfermos con fallo cardíaco congestivo, da como resultado una distribución de tamaños que siguen una ley de potencia con el mismo exponente en todos los casos aunque en el caso de los individuos enfermos, la diferencia entre los valores medios de segmentos consecutivos es mucho menor. Esta "universalidad" en la distribución de tamaños de segmentos estacionarios se puede interpretar como la consecuencia de que tanto individuos sanos como enfermos intentan responder de la misma forma a los estímulos modificando el ritmo cardíaco. Sin embargo el hecho de que para los individuos enfermos la diferencia entre los valores medios de segmentos consecutivos sea menor indica que esta respuesta está mucho más atenuada.

[1] P. Ch. Ivanov, et al. Multifractality in human heartbeat dynamics. Nature, vol. 399, pp 461-465 (1999).
[2] P. Ch. Ivanov, et al. Scaling behaviour of heartbeat intervals obtained by wavelet-based time-series analysis. Nature, vol. 383, pp 323-327 (1996).
[3] P. Bernaola Galván, et al. Scale invariance in the nonstationarity of human heart rate. Phys. Rev. Lett. vol. 87, 168105-1 (2001).

115 Sincronización en modelos neuronales adaptativos

Autor: José Manuel Casado Vázquez

Afiliación: Universidad de Sevilla
Facultad de Física,
Apartado de Correos 1065
Sevilla 41080

E-mail: casado@numerix.us.es

Colaboradores: José P. Baltanás Illanes (U. Rey Juan Carlos), Miguel A. F. Sanjuán (U. Rey Juan Carlos)

El estudio del comportamiento cooperativo de un conjunto de osciladores acoplados es uno de los campos más prometedores de la neurobiología teórica porque remite de forma directa al estudio de los procesos de sincronización que tienen lugar en el cerebro. En los últimos años, los estudios sobre sincronización de osciladores se han extendido al dominio de los osciladores caóticos y en este contexto ha surgido el concepto de *sincronización de fase*. Se dice que dos o más osciladores están sincronizados en fase cuando existe una cierta relación entre sus fases quedando, sin embargo, completamente descorrelacionadas sus respectivas amplitudes.

Los trabajos de Sherman y Rinzel (1992) y más tarde los de Kuramoto y colaboradores (1995), han puesto de manifiesto que las interacciones puramente *difusivas* son incapaces por sí solas de sincronizar en fase a dos osciladores idénticos acoplados, aunque puedan llevar a estados en los que éstos se estabilizan en fases relativas distintas. Recientemente se han estudiado los diferentes regímenes de sincronización que presenta un sistema de dos osciladores de Hindmarsh-Rose (HR) ligeramente diferentes cuando se acoplan mediante un término difusivo. En este trabajo se ha puesto de manifiesto que si la intensidad de la interacción no es muy grande, los osciladores no son capaces de sincronizar sus fases.

El propósito de esta comunicación es presentar los resultados de un estudio de la sincronización de fase entre dos osciladores neuronales distintos, acoplados tanto mediante una interacción *difusiva* como mediante un nuevo término al que hemos dado el nombre de *adaptativo*. El acoplo adaptativo implica un bucle de *feedback* en el que una de las variables de cada subsistema se ve sometida a la acción de una variable global del sistema completo. La introducción del término adaptativo produce nuevos regímenes de sincronización en los que los osciladores neuronales tienden a sincronizar sus disparos durante periodos que van más allá de la duración de los episodios de *bursting*.

116 Selección positiva y negativa para células T

Autor: Carmen Molina-París

Afiliación: Mathematics Institute
University of Warwick,
Coventry, CV4 7AL
Reino Unido (UK)

E-mail: molina@maths.warwick.ac.uk

Colaboradores: Hugo van den Berg (U. Warwick) y Nigel Burroughs (U. Warwick)

La tarea más importante del sistema inmune es discernir entre lo que es propio ("self") y lo que es extraño ("non-self"). Esta distinción entre propio y extraño es esencial para evitar respuestas autoinmunes y para generar respuestas inmunes ante la invasión de patógenos (bacterias, virus, etc.).

El sistema inmune se caracteriza por dos tipos de células: dendríticas y T. Las células dendríticas se encargan de "recoger" proteínas del medio extracelular y presentarlas en su superficie en forma de péptidos (trozos de proteínas) unidos a una molécula denominada MHC. Las células T se encuentran en el timo, donde tiene lugar su proceso de aprendizaje (maduración). Este proceso se divide en: selección positiva y negativa.

Las células T tienen en su superficie unos receptores, denominados TCR, que "reconocen" en la superficie de células dendríticas la presencia de MHC más péptido. Cada péptido p_j (j indica la especie de péptido) se localiza en la superficie de una célula dendrítica unido a una molécula de MHC: un receptor TCR sólo identifica a un péptido p_j unido a una molécula MHC. Dadas una célula T y otra dendrítica se generará una respuesta inmune (activación) si el receptor TCR y el grupo $MHC-p$ forman el complejo $TCR-MCH-p$ y si este compuesto permanece unido más que un tiempo de referencia T_R. Esta interacción se caracteriza por la restricción MHC: cada célula T tiene un tipo de TCR específico que únicamente reconoce un tipo de MHC.

Las proteínas que se encuentran en el timo son "self" y por lo tanto, las células T, en su fase de maduración, aprenden a reconocer MHC y p_j propios. En primer lugar (selección positiva) un timocito se ve expuesto a diferentes células dendríticas. En esta fase se rechazarán aquellas células T que no reconozcan el conjunto $MHC-p_j$ con la suficiente intensidad W_+ (fase de reconocimiento de "propio"). La selección negativa elimina aquellas células T que responden en exceso (más de W_-) ante la presencia de péptidos del timo (podrían dar lugar a reacciones autoinmunes posteriormente). Tras ambas selecciones se obtiene una célula T "naive" que pasa del timo al exterior para formar parte del repertorio de células T maduras.

En este trabajo partimos de un modelo matemático basado en la dinámica de la reacción $TCR_i+MHC-p_j \overset{k_{ij}}{\rightarrow} TCR_i-MHC-p_j$ y de su inversa $TCR_i-MHC-p_j \overset{k_{off}}{\rightarrow} TCR_i+MHC-p_j$. El modelo se basa en las variables aleatorias $T_{ij}=1/k_{ij}$ y $W_i=\sum_j Z_j w_{ij}$ donde Z_j es el número de péptidos de la especie j presentes y w_{ij} es la tasa de activación del complejo $TCR_i-MHC-p_j$. A partir de las distribuciones para estas dos variables (continuas y aleatorias) es posible estimar la fracción de células T que sobrevive selección positiva y negativa, dados W_+ y W_-.

117 Instability and bifurcations of a differentially rotating flow

Autor: Francisco Marques Truyol

Afiliación: Universitat Politecnica de Catalunya
Departamento de Fisica Aplicada,
Campus Nord, Nod. B5
08034 Barcelona

E-mail: marques@fa.upc.es

WWW: http://www-fa.upc.es/personals/fluids/marques/marques.html

Colaboradores: Juan Lopez (Arizona State University), Jie Shen (University of Central Florida)

The flow in a completely filled rotating cylinder driven by the counter rotation of the top endwall is investigated both numerically and experimentally. The basic state of this system is steady and axisymmetric, but has a rich structure in the radial and axial directions. The most striking feature is the separation of the Ekman layer on the top endwall, producing a free shear layer that separates regions of flow with opposite senses of rotation. This shear layer is unstable to azimuthal disturbances and a Hopf bifurcation to a rotating wave state results. For height-to-radius ratio of 0.5 and Reynolds number of 1000, rotating waves with wavenumbers 4 and 5 coexist and are stable over an extensive range of rotation values. Mixed-modes, period doublings and chaos are also found. The agreement between the Navier-Stokes computations and the experimental measurements is excellent. The simulations not only capture the qualitative features of the multiple states observed in the laboratory, but also quantitatively replicate the parameter values over which they are stable, and produce accurate precession frequencies of the various rotating waves.

118 Dinámica Caótica de un fluido alrededor de un cilindro en rotación

Autor: Juan Carlos Vallejo Chavarino

Afiliación: Grupo de Dinámica No Lineal y Teoría del Caos,
Universidad Rey Juan Carlos,
Departamento de CC Experimentales e Ingeniería,
C. Tulipán, s/n
Móstoles, 28933

E-mail: Juan.Carlos.Vallejo@esa.int

Colaboradores: Miguel A.F. Sanjuán, Inés Pérez Marino (Universidad Rey Juan Carlos)

Pese a su relativa sencillez geométrica y a su gran importancia en campos tan diversos como la aerodinámica o la química, aun no se comprenden en profundidad desde un punto de vista teórico todos los mecanismos implicados en el estudio del flujo de un fluido alrededor de un cilindro. El objetivo de este estudio es comprender el efecto de la rotación del cilindro en regimenes laminares bidimensionales (numero de Reynolds inferior a 200) y comprender mejor los mecanismos de supresión de generación de vórtices detrás del mismo. Este problema se ha estudiado desde un punto de vista hamiltoniano, definiendo una adecuada funcion de corriente dependiente del tiempo, para de este modo poder usar herramientas standard de la dinámica no lineal. Como resultados, se han podido trazar diversas estructuras fractales generadas en la parte posterior del cilindro, y ver como son afectadas por la rotación de este.

119 Overshooting in confined flows: a nonlinear phenomena

Autor: Xavier Martí Rovirosa

Afiliación: Universidad de Barcelona
Facultat de Física. Estructura i Consituents de la Matéria,
Martí i Franqués, 1
Barcelona, 08028

E-mail: xmarti@hotmail.com

Colaboradores: Xavier Ruiz Martí (U. Rovira i Virgili), Jaume Casademunt (U. Barcelona), L. Ramírez-Piscina and Isabel Mercader (U. Politècnica de Catalunya)

In this work we study the case of a low Prantdl number fluid flow into a 2D differentially heated cavity in a microgravity environment. We study the effects of the frequency components of g-gitter by considering an oscillating gravity (perpendicular to the thermal gradient), and addressing the dependence of the flow characteristics on both frequency and amplitude of the perturbation. Simulations have been performed by using finite-volume methods. We have observed that under some particular conditions the values of the velocity (vertical and horizontal) of the vibrating case are greater than in the steady case (overshooting). Our computations results show 2D maps of the parts of our system where overshooting occurs, and its magnitude, and also the evolution of the overshooting patterns. Calculations indicate that overshooting is not present when frequency is greater than some specific value depending on the Rayleigh number.

120 Límite hidrodinámico de un sistema de drift-diffusion que modela la dinámica de poblaciones numerosas

Autor: Juan José Muñoz Nieto

Afiliación: Universidad de Granada
Departamento de Matemática Aplicada
Facultad de Ciencias
18071 Granada.

E-mail: jjmnieto@ugr.es

WWW: http://www.ugr.es/local/jjmnieto

Colaboradores: Juan Soler Vizcaíno (U. Granada), Frédéric Poupaud (U. Nice-Sophia-Antipolis)

En esta presentación estudiamos la estabilidad del siguiente sistema no lineal de tipo *drift-diffusion* que modela la dinámica de poblaciones muy numerosas sometidas a la acción de un potencial U autoconsistente:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \operatorname{div}_x(\rho U - \varepsilon \nabla_x \rho) = 0, \qquad & x \in \mathbb{R}^N,\ t \geq 0, \\ \operatorname{div}_x U = \theta \rho, \qquad & \text{con } \theta = \pm 1. \end{aligned}$$

El parámetro sobre el que basaremos nuestro análisis es la constante de viscosidad ε. El signo θ de la segunda ecuación dependerá del carácter atractivo o repulsivo del campo autoconsistente U. Nuestro interés en este modelo es doble: por un lado surge como límite hidrodinámico (parabólico) del sistema de Vlasov-Poisson-Fokker-Planck (VPFP) que modela sistemas de muchas partículas (a menudo usado en Teoría de Semiconductores) y, por otro lado, en el caso atractivo, modela fenómenos de agregación en poblaciones biológicas.

Nuestro objetivo principal será demostrar que las soluciones de este sistema, bajo la hipótesis de que la viscosidad del medio tiende a ser nula, tienden hacia soluciones del sistema límite:

$$\partial_t \rho + \operatorname{div}_x(\rho U) = 0,\ \operatorname{div}_x U = \theta \rho,$$

prevaleciendo en la dinámica el efecto *drift* debido al potencial. Daremos una demostración rigurosa de las propiedades de compacidad y convergencia. En el caso atractivo, analizaremos la falta de compacidad debida a la explosión de las normas de las soluciones, cuyo origen biológico es la concentración que se produce en torno a ciertos individuos de la población que segregan una cierta sustancia quimio-atractiva (fenómeno de la quimiotáxis) cuando escasea el alimento. En este análisis serán factores decisivos tanto la masa total inicial de la población como la dimensión espacial del modelo. En el caso repulsivo, además, mostraremos la conexión existente entre estos dos modelos y el sistema de VPFP a través de límites hidrodinámicos.

121 Transición al caos en sistemas cuasiperiódicos.

Autor: Àlex Haro Provinciale

Afiliación: Universidad de Barcelona,
Facultad de Matemáticas,
Gran Via 585, Barcelona 08007

E-mail: haro@mat.ub.es

Es bien conocido que en muchos sistemas dinámicos conservativos conviven el comportamiento regular (órbitas periódicas, toros invariantes, etc.) y el caótico (redes homoclínicas y heteroclínicas). Para entender la dinámica de un sistema es preciso, pues, estudiar sus objetos invariantes. Estudiaremos tales objetos en el caso de un sistema conservativo concreto: la aplicación estándard cuasi-periódica.

Este modelo viene dado por

$$\bar{x} = x + \bar{y} \ ,$$

$$\bar{y} = y - \frac{\sin(2\pi x)}{2\pi}(K + \cos(2\pi\theta)) \ ,$$

$$\bar{\theta} = \theta + \omega \ ,$$

donde $(x, y, \theta) \in \mathbf{T} \times \mathbf{R} \times \mathbf{T}$, ω es un número irracional (diofántico) y K,λ son parámetros.

Cuando $K = \lambda = 0$, el sistema es integrable, y el espacio de fase está foliado por toros invariantes de dimensión 2. El celebrado teorema KAM afirma que la mayoría de tales toros invariantes persiste al perturbar el sistema (esto es, al tomar K,λ suficientemente pequeños). Tales objetos son barreras en el espacio de fase (tienen codimensión 1).

El conjunto de toros KAM, donde la dinámica es regular, tiene medida positiva. Esta zona de dinámica regular convive con el movimiento caótico, producido por las intersecciones de variedades invariantes estable e inestable de toros normalmente hiperbólicos. Tales variedades tienen codimensión 1, determinando zonas de resonancia, y son las causantes de la rotura de los toros KAM al aumentar los parámetros perturbativos del sistema.

Este fenómeno de destrucción de toros KAM se corresponde, pues, a la transición al caos.

122 Uso de Cálculo simbólico en el estudio de sistemas dinámicos: Generalización de la aplicación estándar

Autor: Juan José Miralles Canals.

Afiliación: Universidad de Castilla-La Mancha
E.P.S.A.
Avda. de Espanya, s/n. Campus Universitario
Albacete, 02071

E-mail: miralles@uclm.es

Las herramientas de cálculo simbólico, son utilidades que permiten una rápida implementación en código de los sistemas dinámicos. En particular el uso del programa Mathematica, con su amplia librer¡a de funciones, y su estilo de programación mediante listas, permite escribir en poco tiempo código para programar sistemas dinámicos. En la contribución se presenta una implementación en Mathematica de la generalización de la aplicación estándar mediante funciones eclípticas de Jacobi, y se obtienen los diagramas de bifurcación correspondientes para algunos valores de los parámetros, usando la programación mediante cálculo simbólico en el entorno Mathematica

123 Tipos de órbitas para aplicaciones de grafos

Autor: Pere Mumbrú Rodríguez

Afiliación: Dep. Matemàtica Aplicada i Anàlisi
Univ. de Barcelona
Gran Via 585
08071 Barcelona

E-mail: mumbru@mat.ub.es

WWW: http://mat.uab.es/sisdin/people/pmumbru.html

Colaboradores: Lluís Alsedà (Univ. Autònoma de Barcelona), François Gautero (Univ. Lille I), John Guaschi (Univ. Toulouse III), Jérôme Los (Univ. Marseille), Francesc Mañosas (Univ. Autònoma de Barcelona)

En este trabajo estudiamos la persistencia de las órbitas periódicas de aplicaciones continuas de grafos pertenecientes a la misma clase de homotopía. Con el objetivo de comparar órbitas periódicas de diferentes aplicaciones, la noción de *pattern* ha sido introducida en la literatura para importantes clases de aplicaciones como las aplicaciones continuas del intervalo, del círculo, de árboles o de homeomorfismos de superfícies. En cada uno de estos casos, existen unos representantes canónicos que satisfacen propiedades de dinámica extremal, como la minimización del número de órbitas periódicas.

En el caso de las aplicaciones continuas de grafos, como los espacios subyacentes no son necesariamente homeomorfos, definimos una nueva noción de *pattern* que nos permite comparar órbitas periódicas de aplicaciones sobre espacios con el mismo tipo de homotopía. Esta definición unifica las nociones de *pattern* conocidas previamente para diversos espacios. Los dos resultados básicos obtenidos son: la persistencia por transformaciones de homotopía de las órbitas periódicas de los representantes topológicos de un endomorfismo de grupos libres y , en el caso de los endomorfismos irreducibles, la minimalidad (dentro de la clase de homotopía) del conjunto de órbitas periódicas de sus representantes eficaces.

124 Cálculo de los argumentos externos de los componentes estructurales de los mapas cuadráticos

Autor: Gerardo Pastor Dégano

Afiliación: Consejo Superor de Investigacones Científicas
Instituto de Física Aplicada,
c/Serrano, 144
Madrid, 28006

E-mail: gerardo@iec.csic.es

WWW: http://www.iec.csic.es/gerardo

Colaboradores: Miguel Romera García (CSIC), Gonzalo Álvarez Marañón (CSIC), Fausto Montoya Vitini (CSIC)

Hoy día, el conjunto de Mandelbrot es el paradigma más representativo de lo que nosotros entendemos por caos. De todos los estudios realizados sobre este conjunto, el más importante es el de los rayos externos de Douady y Hubbard. Los rayos externos de los puntos notables que trataremos nosotros (puntos raíz, cúspide y de Misiurewiz) están asociados a un número racional que se denomina argumento externo. Aunque se han realizado importantes esfuerzos para calcular estos argumentos externos (por ejemplo, el algoritmo de Schleicher, o la sintonización de los mismos Douady y Hubbard) existe una gran dificultad en su manejo.

En estudios previos, nosotros hemos utilizado la antena del conjunto de Mandelbrot para el estudio de los componentes hiperbólicos y puntos de Misiurewicz de los mapas cuadráticos 1D. Utilizando los MSS-harmónicos de Metropolis, Stein and Stein, y los F-harmónicos que introdujimos nosotros, calculábamos las secuencias simbólicas de los discos de la cascada de doblamiento de periodo y de las cardioides de última aparición de las bandas caóticas.

En este trabajo aplicamos a la antena una generalización de los MSS-harmónicos y de los F-harmónicos para calcular por fórmulas directas los argumentos externos de los componentes estructurales de cada una de las infinitas bandas caóticas.

125 Sincronización óptica de fluctuaciones de baja frecuencia

Autor: Javier Martín Buldú

Afiliación: Departament de Física i Enginyería Nuclear
Universitat Politèctnica de Catalunya
c/Colom 11
Terrassa E-08222

E-mail: javier.martin-buldu@upc.es

WWW: http://oliana.upc.es/javier

Colaboradores: Jordi Garcia-Ojalvo (U. Politècnica de Catalunya), Claudio R. Mirasso (U. Illes Balears), M. Carme Torrent (U. Politècnica de Catalunya)

Los láseres de semiconductor, al ser realimentados ópticamente mediante la colocación de un espejo externo, pueden entrar en regímenes de emisión nolineales. Uno de ellos es el de fluctuaciones de baja frecuencia (LFF), donde la intensidad del láser cae a tiempos no regulares, mostrando un perfil de pulsos invertidos. Este régimen de operación ha sido utilizado recientemente para la transmisiíon de mensajes encriptados en sistemas ópticos. En el presente trabajo introducimos una nueva técnica para controlar el periodo de las LFF ópticamente. El montaje experimental consiste en dos láseres de semiconductor acoplados, donde uno de ellos, tambien llamado láser primario, es modulado a través de una corriente externa. El haz emitido por el láser primario, es introducido en el láser secundario, con el objetivo de sincronizar sus caidas en intensidad. Esta nueva técnica ha demostrado se más eficaz que las que utilizan una modulación directa a través de la corriente de inyección del propio láser, obteniendo una sincronización más clara a amplitudes de modulación más bajas. Al estar ambos láseres acoplados bidireccionalmente, representan un ejemplo experimental de sincronización y control de dos sistemas nolineales acoplados.

126 Solución del modelo cinético de Gross-Krook para mezclas de gases en dos estados lejos del equilibrio

Autor: Conchita Marín Porgueres

Afiliación: Universidad de Extremadura,
Escuela de Ingenierías Agrarias,
Departamento de Matemáticas,
Ctra de Cáceres s/n
Badajoz, 06071

E-mail: concha@unex.es

Colaboradores: Vicente Garzó Puertos (U. Extremadura)

La descripción cinética de los fenómenos de transporte que se producen en un sistema fuera de equilibrio puede obtenerse a partir de la denominada función de distribución de velocidades (fdv). En el caso de sistemas diluidos esta fdv es solución de la conocida ecuación de Boltzmann (1872) pero, en la mayoría de los casos no es posible resolverla de forma exacta. La principal dificultad radica en la complejidad matemática de su término de colisión: integro-diferencial y no lineal. Para resolver el problema una posibilidad es recurrir al uso de modelos cinéticos, más simples desde el punto de vista matemático pero que retienen las principalespropiedades físicas del sistema. Esta opción también es factible cuando se trata de describir el comportamiento de un sistema multicomponente, aunque la resolución del problema es más compleja puesto que aparecen nuevos fenómenos de transporte y son más los parámetros necesarios para caracterizar el sistema. En este trabajo se presentan los resultados de la descripción por medio de un modelo cinético de dos estados de no equilibrio en un sistema multicomponente. En el primero se analiza los procesos de difusión y flujo de calor generados por la coexistencia en el sistema de un gradiente de velocidades arbritario y un gradiente débil en las concentraciones de las especies. En el segundo se analiza el denominado flujo de Couette estacionario, que corresponde a un fluido (en nuestro caso una mezcla) entre dos placas paralelas en movimiento relativo y a diferente temperatura, lo cual genera efectos de viscosidad y flujos de energía en el sistema. En ambos casos se estudia la fiabilidad del modelo propuesto comparando los resultados con la solución exacta de la ecuación de Boltzmann ya conocida para gases de Maxwell y se amplia esta información en una doble dirección, estudiando la incidencia del potencial de interacción en las propiedades de transporte del sistema, y obteniendo una expresión explícita de la función de distribución de velocidades que caracteriza el comportamiento global del mismo y que, ni aún en el caso de interacción de Maxwell es posible obtener de forma exacta a partir de la ecuación de Boltzmann.

127 Efectos de fase y amplitud en osciladores termo-ópticos acoplados

Autor: Ramon Herrero Simon

Afiliación: Universitat Politècnica de Catalunya
E.U.E.T.I.B.,
c/Comte Urgell,187
Barcelona, 08036

E-mail: ramon.herrero@upc.es

Colaboradores: Marc Figueras, Francesc Pi, Gaspar Orriols (U. Autònoma de Barcelona)

Ultimamente se han dedicado numerosos trabajos teóricos al estudio del acoplamiento de sistemas no lineales, tanto por los nuevos comportamientos que introducen estos sistemas como por su aparición en la naturaleza y sus posibles aplicaciones. Los modelos utilizados hasta ahora han ayudado a entender las possibles respuestas de estos y analizar algunas bifurcaciones associadas, pero la dificultad implicita en el control de varios sistemas no lineales ha frenado notablemente la aparición de las demostraciones experimentales.

En este trabajo se ha estudiado experimentalmente el comportamiento de dos osciladores termo-ópticos localizados en un mismo dispositivo interferométrico y acoplados termicamente. El dispositivo es una cavidad Perot-Fabry con absorcion en el espejo de entrada y un espaciador compuesto por N capas de materiales con coeficientes termo-ópticos opuestos. Los dos osciladores se crean mediante la focalización de dos haces láser con intensidades independientes. Cada oscilador se puede describir con un modelo de dimension N y el acoplamiento lineal queda descrito por la transferéncia de calor entre ambos. Los parámetros de control experimentales, aparte de los propios del dispositivo, son el grado de acoplamiento, regulado por la distancia entre osciladores, y la intensidad de cada haz incidente.

Para el caso de espaciadores bicapa, que introducen cada uno de ellos una frecuencia de oscilación al sistema, se pueden diferenciar comportamientos cualitativamente diferentes para diferentes grados de acoplamiento. Para distancias de separación pequeñas, acoplamientos grandes, las amplitudes de los subsistemas aparecen correlacionados. En este caso, uno de los comportamientos relativos más interesantes es la llamada muerte de amplitud, es decir, la atenuacion de las oscilaciones al aumentar el acoplamiento, relacionada con la bifurcación de Hopf y teoricamente predicha para modelos con retardo temporal. Los comportamientos más complejos se observan para acoplamientos intermedios, donde aparecen transiciones entre oscilaciones en fase y en contrafase por doblamiento de frecuencia o bifurcaciones homoclínicas incluyendo estados caóticos. Los comportamientos asociados a la fase relativa entre osciladores aparecen para acoplamientos débiles.

Una de estas sincronías, esperada para acoplamientos débiles, es la llamada Sincronización de Fase, es decir, la sincronización de las fases de los osciladores sin la necesaria correlación de las amplitudes. La transición hacia este tipo de sincronia ha estado asociado a varias bifurcaciones y ha sido estudiada en modelos teóricos simples. En estos modelos, una característica de la transición es la aparición de saltos de fase de 2π. La frecuencia con que aparecen estos saltos disminuye al aumentar el parámetro de acoplamiento hasta llegar a la total sincronización de las fases. La Sincronización de Fase y su transición se han encontrado experimentalmente para el acoplamiento de osciladores bicapa y tricapa, estos últimos mostrando un comportamiento caótico aún en ausencia de acoplamiento.

128 Emergence of Synchronous Oscillations in Neural Networks Excited by Noise.

Autor: Maria Paz Zorzano Mier

Afiliación: Centro de Astrobiologia- INTA/CSIC
Carretera de Ajalvir, Km 5,4
28850 Torrejón de Ardoz,
Madrid Spain

E-mail: zorzanomm@inta.es

Colaboradores: Luis Vazquez (U.Complutense de Madrid)

The presence of noise in non linear dynamical systems can play a constructive role, increasing the degree of order and coherence or evoking improvements in the performance of the system. An example of this positive interaction in a biological system is the impulse transmission in neurons and the synchronization of a neural network. Integrating numerically the Fokker-Planck equation we show a self-induced synchronized oscillation that appears in a neural network coupled with a feedback term and excited by noise.

129 Multi–revolution methods with properties of symmetry

Autor: Manuel Palacios Latasa

Afiliación: Universidad de Zaragoza
Depto. Matemática Aplicada
Grupo de Mecánica Espacial
Zaragoza - 50009

E-mail: mpala@posta.unizar.es

WWW: http://gme.unizar.es

Recently, for the propagation of orbits it has been proposed the use of numerical methods having some symmetry properties, as linear multistep or symplectic methods, because these ones preserve the invariants of the problem much better than the classical ones. On the other side, we have studied the multi-revolution methods and they show an excellent behaviour in long-time propagation of quasi-periodic trajectories. Combining both aspects, we have constructed multi-revolution methods with properties of symmetry what, in the limit, become the classical symmetric linear multistep method. We perform some numerical tests showing the behaviour of these new methods.

130 Fixing parameters of physical systems through the continuation of periodic orbits. Application to Penning traps

Autor: José Pablo Salas Ilarraza

Afiliación: Área de Física Aplicada, Universidad de La Rioja
Edificio Científico Tecnológico, c/Madre de Dios 51,
Logroño, 26006

E-mail: josepablo.salas@dq.unirioja.es

Colaboradores: Martín Lara Coira (Real Instituto y Observatorio de la Armada, San Fernando, Cádiz)

In its ideal configuration, the dynamics of many physical experiments can be modeled by means of unperturbed three–dimensional harmonic oscillators . However, non linear perturbations may arise from imperfections in the physical design and implementation of the model. It is essential then to know the influence of the parameters of the system in order to adjust them to convenient values.

Analytical theories are of course of capital importance, but they are always obtained through a process of simplification where the chaos associated to the non linear dynamics is definitely loosed. More than this, precise predictions usually rely upon high order analytical theories that are based on sophisticated mathematical tools. Contrary, one can confront the original (chaotic) system by computing periodic orbits, that provide the orbit structure of the phase space.

For certain values of the parameters periodic orbits can appear as particular solutions of the physical system. When dealing with systems of two degrees of freedom, the computation of surfaces of section is other approach extensively used: In the regions of the phase space where the motion is regular, periodic orbits are clearly identified as fixed points of the Poincare map. Once a periodic orbit is computed, the stability of that orbit can also be computed, which sheds light on the character of phase space in the vicinity of the orbit. The continuation of families of periodic orbits generated by variations of any of the system's parameters, and the computation of the family orbits stability character helps then in understanding the dynamics of the problem.

We illustrate the procedure described above to the perturbed single–ion Penning trap [1]. In its ideal configuration, the Penning trap is modeled by means of an unperturbed three–dimensional harmonic oscillator. However, electrostatic field perturbations may arise from imperfections in the physical design of the electrodes, as well as from misalignments in the experimental setup. We focus our attention in the anharmonic perturbations because they lead to nonlinear motion. We only consider axially–symmetric perturbations of the ideal Penning trap. In particular, we will treat the *octupolar* perturbation where the energy and the polar component of the angular momentum are preserved, and there are two physical parameters indicating the strength of the octupolar perturbation and the ratio between the axial and the radial frequencies.

In our study we identify the values of the parameters for which periodic analytical solutions exit. Then we carry out the numerical continuation of the families of periodic orbits –by varying one parameter, while the other remain constant– that give rise from those solutions. We also calculate the stability diagram of the family, which is a powerful method to detect possible bifurcations. When a bifurcation is found, the study is completed by calculating the corresponding phase structure by means of Surfaces of Section

[1] P. K. Ghost, *Ion Traps*, Oxford Univ. Press, New York, 1995.

131 Sobre un elemento de tiempo asociado a la longitud de arco

Autor: Luis Floría Gimeno

Afiliación: Universidad de Zaragoza. Grupo de Mecánica Espacial.
Facultad de Ciencias (Matemáticas),
Ciudad Universitaria, s/n
Zaragoza, 50009

E-mail: lfloria@posta.unizar.es

El uso de *elementos orbitales* para la resolución analítica (exacta o aproximada) o numérica de *sistemas keplerianos perturbados* elimina o suaviza en gran medida los aspectos no lineales del problema, ofrece ventajas en cuanto a regularización y estabilización –analítica y numérica– de las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema, y facilita el tratamiento de las perturbaciones, especialmente si se utilizan variables independientes distintas del tiempo físico, en cuyo caso el tiempo se obtiene a través de lo que se denomina un *"elemento de tiempo"* (Bond y Janin, Canonical Orbital Elements in Terms of an Arbitrary Independent Variable, *Celest. Mech.* 23, 1981, 159-172; Nacozy, Time Elements in Keplerian Orbital Elements, *Celest. Mech.* 23, 1981, 173-198; y otras referencias citadas por estos autores).

Bond y Janin (1981) definieron un conjunto canónico de elementos orbitales keplerianos con respecto a una variable independiente arbitraria. Las variables dependientes son las variables canónicas de tipo DS (Delaunay-Similar) usadas por Scheifele y Graf (Analytical Satellite Theories Based on a New Set of Canonical Elements, AIAA Paper 74-838); la nueva variable independiente (tiempo ficticio) se introduce por medio de una transformación de tiempo dada por una relación diferencial que generaliza la de Sundman.

Recientemente (Floría y Aparicio, Length of Orbital Arc and Canonical Keplerian Elements, *Rev. Acad. Ciencias Zaragoza,* 2001, 69-76) hemos generalizado la transformación canónica que define las variables dependientes, lo que permite utilizar *cualquier* conjunto genérico DS, y hemos estudiado la introducción de la longitud de arco de órbita con un doble papel: como *variable independiente* y como *elemento canónico* de un conjunto DS arbitrario.

Recordemos que Brumberg (Length of Arc as Independent Argument for Highly Eccentric Orbits, *Celest. Mech.* 53, 1992, 323-328) recurrió a la longitud de arco orbital como variable independiente con propósitos de regulación analítica de paso de integración para la resolución numérica de las ecuaciones del movimiento de satélites artificiales.

En este trabajo estudiaremos un *elemento de tiempo asociado a la longitud de arco* como variable independiente. De acuerdo con, entre otros, Bond-Janin (1981) y Nacozy (1981), extenderemos nuestras consideraciones anteriores y obtendremos ecuaciones diferenciales para dicho elemento de tiempo.

132 Resonancia, bifurcaciones y continuación de sistemas dinámicos Hamiltonianos

Autor: Francisco Javier Muñoz-Almaraz

Afiliación: Departamento de Matemática Aplicada II
Escuela Superior de Ingenieros
Camino de los Descubrimientos s/n
Sevilla 41092

E-mail: malmaraz@esi.us.es

WWW: http://www.ma2.us.es/~javi

Colaboradores: A. López, E. Freire y J. Galán

Presentamos un estudio con técnicas analíticas y numéricas del comportamiento de las bifurcaciones en sistemas elástico-pendulares. Nuestro interés se ha centrado en dos casos simples en los que hay sólo dos grados de libertad:

a) El clásico péndulo simple cuyo brazo se ha reemplazado por un muelle que cumple la ley de Hooke.

b) Un péndulo cuyo punto de suspensión está conectado con un muelle lineal al que se le permite únicamente moverse en la dirección vertical.

Las técnicas de continuación numérica nos permiten analizar las diferentes resonancias y bifurcaciones que se encuentran en estos modelos. Mediante estas técnicas efectuamos una exploración global de la dinámica de estos modelos que nos permitan localizar soluciones periódicas, algunas de ellas resultan tener un comportamiento inesperado. Para ilustrar estas ideas mostramos como aparecen soluciones periódicas estables donde la masa del péndulo permanece en las posiciones superiores desafiando sorprendentemente la gravedad.

Otro objetivo de la comunicación consiste en exponer como la presencia de reversibilidades y cantidades conservadas en un modelo exige un tratamiento específico que permita efectuar continuación numérica en programas como AUTO.

133 Formas normales via transformaciones de Lie y linealización de Carleman

Autor: Manuel Reyes Columé

Afiliación: Departamento de Matemáticas
Universidad de Huelva
Ctra. Huelva-Palos de la Frontera s/n,
21819 La Rábida,
Palos de la Frontera, Huelva.

E-mail: colume@uhu.es

Colaboradores: Antonio Algaba (Universidad de Huelva)

La técnica de linealización de Carleman consiste, expresado brevemente, en construir un sistema, a partir de uno dado, cuyas incógnitas son las incógnitas del sistema de partida y las potencias sucesivas de éstas, creándose así un sistema lineal sobredimensionado.

Esta técnica, ha sido usada por Tisiligiannis y Lyberatos [3] , para obtener los primeros coeficientes de la Forma Normal de la singularidad de Hopf. Recientemente, Chen y Della Dora [1], calculan a orden bajo reducciones de la Forma Normal de un sistema cuya matriz de los términos lineales es una forma canónica de Frobenius. Y Wang et al. [2], obtienen, en casos concretos de la singularidad Takens-Bogdanov, reducciones de la Forma Normal a cualquier orden.

En este trabajo, abordamos el estudio de la Forma Normal de un campo vectorial usando técnicas de linealización de Carleman en combinación con técnicas de Transformaciones de Lie. Trabajamos con el generador del cambio de variables y esto nos permite, mediante el conocimiento de los términos nolineales del sistema, obtener simplificaciones adicionales de la Forma Normal clásica.

Aplicamos el método, a los casos de degeneración lineal Takens-Bogdanov y Hopf-cero, llegándose a la máxima simplificación usando la relación de equivalencia definida por la C^∞-conjugación. Finalmente, en ambos casos, aportamos simplificaciones adicionales bajo C^∞-equivalencia.

[1] G. Chen, J. Della Dora, "Further Reduction of Normal Forms for Dynamical Systems", *J. Differential Equations,* **166** (2000), 79-106.
[2] X. Wang, G. Chen, D. Wang, "Unique Normal Forms for the Takens-Bogdanov Singularity in a Special Case ", *C. R. Acad. Sci. Paris*, **332**, Ser. I, (2001), 551-555.
[3] C. A. Tisiligiannis, G. Lyberatos, "Normal Forms, Resonance and Bifurcation Analysis via the Carleman Linearization", *J. Math. Anal. Appl.,* **139**, (1989), 123-138.

134 Cofactores Generalizados e Integrales primeras no Liouville

Autor: Jaume Giné Mesa

Afiliación: Universidad de Lleida
Departamento de Matemática
Escuela Universitaria Politécnica
Avda. Jaume II, 69
Lleida, 25001

E-mail: gine@eup.udl.es

WWW: http://www.udl.es/dept/matematica/ssd/

Colaboradores: Isaac A. García (U. Lleida)

De los trabajos de S. Lie es conocido que existe un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial $dy/dx = Q(x,y)/P(x,y)$ si y sólo si puede escribirse de la forma

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \sum_{i=0}^{s} A_i(x)B_i(y) \ ,$$

donde los campos vectoriales $\mathcal{X}_i = B_i(y)\partial/\partial y$ para $i = 0, 1, \ldots, s$, generan una algebra de Lie r-dimensional con $s+1 \leq r \leq n$. Además la única ecuación diferencial de la forma anterior en la cual el conocimiento de un cierto número de soluciones particulares permite construir un conjunto fundamental de soluciones es, salvo cambios de las variables dependiente e independiente, la ecuación de Riccati $dy/dx = A_0(x) + A_1(x)y + A_2(x)y^2$.

Por otra parte, para sistemas polinomiales de ecuaciones diferenciales en el plano

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x} = P(x,y) \ , \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \dot{y} = Q(x,y) \ ,$$

donde P y Q son polinomios, la teoría clásica de integrabilidad de Darboux permite construir conjuntos fundamentales de soluciones con un número suficiente de soluciones particulares algebraicas.

En este trabajo presentamos, en primer lugar, una generalización de la teoría de Darboux basada en la definición de cofactor generalizado que nos permitirá obtener sistemas de ecuaciones diferenciales en el plano con integral primera no Liouville. Finalizamos demostrando para un ejemplo, que es el sistema reversible polinomial cuártico de Liénard

$$\dot{x} = P(x,y) = -y + x^4 \ , \quad \dot{y} = Q(x,y) = x \ ,$$

que no tiene integral primera Liouville aunque sí un conjunto fundamental de soluciones, a través del concepto de cofactor generalizado. Se demuestra además que existe un cambio que transforma dicho sistema a una ecuación de Riccati.

135 Paquetes de onda como herramienta para explorar el espacio de fases cuántico de sistemas moleculares

Autor: F. Borondo Rodriguez

Afiliación: Universidad Autónoma de Madrid,
Departamento de Química, C–IX,
CANTOBLANCO–28049 Madrid

E-mail: f.borondo@uam.es

Colaboradores: R.M. Benito Zafrilla (U. Politécnica de Madrid)

Al contrario de lo que ocurre con el planteamiento independiente del tiempo, habitual en el estudio mecanocuántico de los procesos físicos, la propagación de paquetes de onda constituye una manera fácil de estudiar estos problemas desde una perspectiva dinámica. A pesar de la existencia de numerosos trabajos anteriores en este campo, ha sido la aparición de las técnicas experimentales de femtosegundo la que ha disparado la actividad en este campo.

Nosotros hemos desarrollado un método, basado en la utilización de paquetes de onda localizados y adaptados a las caracteríticas dinámicas de un sistema, que permite explorar el espacio de fases cuántico, de forma muy similar a como se hace clásicamente.

En el congreso se presentarán diversas aplicaciones a la dinámica del estadio y al proceso de isomerización de la molécula LiCN.

136 Pequeñas y grandes oscilaciones en una partícula moviéndose sobre un cono invertido

Autor: Ricardo López-Ruiz

Afiliación: Universidad de Zaragoza,
Facultad de Ciencias,
Plaza San Francisco, s/n,
Zaragoza, 50009

E-mail: rilopez@posta.unizar.es

Colaboradores: Amalio F. Pacheco (Universidad de Zaragoza)

El movimiento de una partícula puntual sobre un cono invertido inmerso en el campo gravitatorio no es trivial. La transferencia de energía cinética a potencial está limitada por la conservación del momento angular, lo que provoca propiedades no evidentes en la dinámica de la partícula. Así, por ejemplo, una partícula abandonada en el cono con un momento angular no nulo será devuelta por la superficie cónica oa la misma altura de la que fue lanzada: *Sísifo no necesitaba bajar a por la "piedra" porque la "piedra" vuelve a subir*. El número de oscilaciones, N, que la partícula realiza en la parte angular por cada oscilación en la parte radial es prácticamente independiente de su energía, y depende casi exclusivamente del ángulo de abertura, ϕ_0, del cono. Dicha relación se expresa como $\mathbb{N}^{-1} \simeq 2 \sin \phi_0$. Esta propiedad evidencia un comportamiento universal en el cono. Dicha universalidad se explica por la redudcción de las ecuaciones de la dinámica a una forma adimensional independiente de cualquier condición inicial dada al sistema.

[1] R. López-Ruiz and A.F. Pacheco, "Sliding on the inside of a Conical Surface", preprint (2002).

137 Solitones explosivos en sistemas disipativos

Autor: José María Soto Crespo

Afiliación: Instituto de Óptica, C.S.I.C.
Serrano 121
Madrid 28006

E-mail: iodsc09@io.cfmac.csic.es

WWW: http://www.io.cfmac.es/soto4.htm

Colaboradores: Nail Akhmediev, (ANU Canberra, Australia), Steven T. Cundiff (JILA, Colorado, USA).

Hemos tomado la ecuación compleja de Ginzburg-Landau como un modelo estándar para describir la generación de pulsos en láseres en los que el anclaje de modos se realiza mediante un absorbente saturable rápido. Hemos encontrado una nueva clase de solitones que al propagarse "explotan": se dividen en multitud de pedazos, para recuperar más tarde su perfil inicial. Estas explosiones ocurren indefinidamente y son diferentes en cada ocasión. Hemos encontrado amplias regiones en el espacio de los parámetros donde estas soluciones existen. Hemos encontrado las correspondientes soluciones estacionarias y estudiado su estabilidad. Siendo estas soluciones inestables, poseen sin embargo trozos estables. Y esta estabilidad "por partes" explica el comportamiento anterior. Finalmente hemos observado este fenómeno en un láser de Titanio-Zafiro.

138 Inter-mode force in coupled nonlinear Schrödinger equations.

Autor: Vadym Vekslerchik

Afiliación: Departamento de Matemáticas,
E.T.S.I. Industriales
Universidad de Castilla-La Mancha
Avda. Camilo José Cela s/n
13071 Ciudad Real

E-mail: vadym@ind-cr.uclm.es

WWW: http://matematicas.uclm.es/nolineal/index.html

Colaboradores: Víctor M. Pérez-García (Universidad de Castilla-La Mancha)

The present work is devoted to the study of the interaction of spatial solitons in coupled nonlinear Schrödinger equations with a trap potential.

There are many possible applications of our analysis. First one is the study of the dynamics of spatial solitons in multicomponent Bose-Einstein condensates. A second type of application in which we concentrate in this work is the dynamics of spatial solitons in fiber waveguides. The main problem discussed here can be formulated as follows. The nonlinearity which is present in the fiber causes interaction between different the different light beams which propagate on the fiber which results in strong interference of pulses and their loss of individuality. This is a negative effect from the practical viewpoint, since it reduces possibility to use different fiber modes as independent waveguides, i.e. to use one fiber as several channels. So, the main motivation of this work is to study the question of whether it is possible to eliminate, or at least to decrease, the inter-mode interaction. Our model is the nonlinear Schrödinger equation

$$i\partial_z\,\psi_a = -\Delta_\perp\psi_a + V_{ext}\psi_a + \sum_b u_{ab}n_b\,\psi_a, \qquad n_a = |\psi_a|^2$$

Using the momentum technique we derive the effective inter-mode force, $\vec{F}_{ab} = \vec{F}^{(lin)} + \vec{F}^{(nonlin)}_{ab}$, where $\vec{F}^{(lin)}$ is caused by the external potential V_{ext} and

$$\vec{F}^{(nonlin)}_{ab} \propto \int d^2\vec{r}_\perp\ \left(n_a\nabla n_b - n_b\nabla n_a\right).$$

It is shown that under some conditions, this force is central, $\vec{F}_{ab} \propto \vec{R}_a - \vec{R}_b$, where $\vec{R}_a$ is the position of the "center of mass" of the pulse propagating at the ath mode. In this case we have usual for classical mechanics situation: if the input field possesses non-zero effective angular momentum, then there exist centrifugal effects caused by central forces, which may prevent the pulses from merging. In other words, we have a case when inter-mode forces are not small, but their action do not destroy the individuality of different pulses.

These results are compared with numerical simulations.

139 Transferencia de la radiación UV solar a través de un medio: posibles efectos de "no linealidad" en el modelo aplicado

Autor: Carmen Córdoba-Jabonero

Afiliación: Centro de Astrobiología (CSIC-INTA)
Ctra. Ajalvir, km. 4, Torrejón de Ardoz
28850 - Madrid
Tel.: 91.520.20.89 / Fax: 91.520.10.74

E-mail: cordobajc@inta.es

WWW: http://www.cab.inta.es/Personal2/cordobajc.htm

Colaboradores: Luis Vázquez (U. Complutense de Madrid)

La modelización de la propagación de la radiación ultravioleta (UV) solar a través de un medio, como puede ser una atmósfera [1], o un medio acuático [2], es un problema importante cuando se trata de obtener datos fiables de los cálculos realizados, sobre todo si se pretende obtener la irradiancia espectral. En este sentido, hay que tener en cuenta las características propias del medio, y por tanto los parámetros asociados para caracterizar dicho medio tienen que estar definidos con gran resolución, tanto espectral como ambiental. Esto da lugar a la aparición de ciertos efectos de "no-linealidad", o lo que se quiere definir como "singularidades", en el cálculo de la propagación de la radiación UV solar a través del medio. Así por ejemplo, es importante conocer los coeficientes de absorción en el UV de los compuestos presentes en el medio, sobre todo en rangos del espectro donde tales coeficientes sean muy grandes, o bien que sus valores oscilen enormemente en rangos espectrales muy pequeños. Esto se puede observar en la radiación UV solar obtenida del cálculo por medio del modelo de transferencia radiativa desarrollado en el CAB, cuyos valores disminuyen enormemente en tales rangos espectrales, con lo cual los errores asociados son muy notables, y la precisión es mucho menor. Otro efecto importante es el de la dispersión Mie negativa de la radiación UV. Este efecto consiste en que la componente difusa de la radiación UV, para longitudes de onda menores de 320 nm, está dirigida fundamentalmente hacia atrás [3], atenuándose así enormemente la radiación UV solar que alcanza la superficie. La explicación de este fenómeno no está clara, pero por los cálculos realizados, se cree que pueda ser debido a efectos "no-lineales" en la función de fase propuesta de la dispersión Mie de la radiación. En cuanto a la experimentación, los errores vienen dados por la propia sensibilidad del instrumento: por debajo de un cierto nivel los datos experimentales no son fiables, ya que se introducen errores propios del instrumento (errores en el calibrado de la respuesta espectral del sensor utilizado), originando una nueva serie de errores en las medidas. Finalmente, se han realizado las comparaciones necesarias entre los cálculos obtenidos por el modelo de transferencia radiativa y las medidas experimentales realizadas, observando así las diferencias entre los dos métodos, con el fin de complementar todo el estudio.

[1] Córdoba-Jabonero C., Lara L.M., Mancho A.M., Márquez A., Rodrigo R. "Solar Ultraviolet Transfer in the Martian Atmosphere: Biological and Geological Implications", Planetary and Space Science (eds. Pergamon Press/Elsevier Science) (2002, enviado).
[2] Córdoba-Jabonero C., Mancho A.M., Vázquez L. "Protection for Life in Aquatic Media under Extreme Solar Ultraviolet Radiation Conditions", ESA Special Publication SP-496, ESA/ESRIN, August 2001, 325-328 (2001).
[3] Kondratyev K.Ya. "Radiation in the atmosphere", Acad. Press, New York (1969).
[4] Vázquez L., Porras M.A., Salazar-Bloise F., Nonlinear Optical Shocks and Missiles. Theory, Applications and Numerical Methods, in: Nonlinearity and Disorder: Theory and Applications. F. Abdullaev et al. (eds.), Kluwer Acad. Pub., The Netherlands, pp. 365-385 (2001).

140 Propagacion de frentes en cristales liquidos ferroelectricos en presencia de campos electrico y magnetico estocasticos

Autor: Miguel Angel Santos Lopez

Afiliación: Universidad Rovira i Virgili
E.T.S.E.
Av. Països Catalans, 26
Tarragona, 43007.

E-mail: msantos@etse.urv.es

WWW: http://noise.ecm.ub.es

Colaboradores: J. M. Sancho (U. Barcelona), P.W. Lamberti (U. Córdoba, Argentina)

Este tipo de cristales líquidos tienen una relevancia tecnológica creciente: Desde pantallas LCD y mini-pantallas de alta resolución a redes ópticas o moduladores de luz. Las pantallas FLC ofrecen tiempos de respuesta muy rápidos (menos de 150 microsegundos) y un bajo consumo.

Un cristal líquido ferroeléctrico o sméctico-C* es un material polimérico donde las moléculas poseen una polarización espontánea y están ordenadas en planos paralelos. Están orientadas formando un ángulo (accimutal) fijo, pero pueden girar (longitudinalmente, ϕ) en presencia de campos externos. Bajo la influencia de campos eléctricos y magnéticos, la polarización tiende a alinearse de acuerdo con ellos. Este proceso de alineación puede describirse por medio de un modelo relajacional de un parámetro de orden que representa el ángulo ϕ entre la polarización y el campo eléctrico. Para valores adecuados de los parámetros, se sabe que esta dinámica está controlada por frentes que invaden la configuración menos estable y dejan tras de sí una nueva orientación más estable.

Por frente entendemos una dinámica relajacional que tiene por solución una función autosimilar $\phi(x,t) = \psi(x-vt)$ en forma de escalón (*kink*) que se propaga a velocidad constante v. El frente conecta el nuevo estado más estable $\psi(-\infty)$ con otro menos estable o inestable, $\psi(\infty)$. En este trabajo estudiamos la dinámica de frentes en cristales líquidos ferroelectricos smectico-C* bajo la influencia de campos eléctricos y magnéticos estocásticos. El parámetro de orden (ángulo de giro) obedece una ecuación diferencial en derivadas parciales estocástica con un *ruido no lineal* (cuadrático) estructurado espacial y temporalmente.

Mostraremos como podemos obtener la contribución sistemática del ruido en el límite de tiempos de correlación pequeños pero finitos. Vemos como en este límite el efecto dominante viene dado por un nuevo término en la dinámica proporcional a la varianza del ruido. Este término se puede entender como un nuevo campo magnético efectivo. De esta manera, el ruido tiende a disminuir el regímen lineal en favor del nolineal y el metastable, de modo que la velocidad del frente disminuye.

El acuerdo con las predicciones analíticas es bueno. Los resultados indican que el sistema es robusto frente al ruido y sugieren una posible cota a la velocidad de respuesta del cristal liquido.

141 Existencia de variedades invariantes asociadas a puntos fijos degenerados para aplicaciones en R^n

Autor: Inmaculada Baldomá Barraca

Afiliación: Universidad de Barcelona,
Facultad de Matemáticas,
Gran Via de les Corts Catalanes 585
Barcelona, 08025

E-mail: barraca@cerber.mat.ub.es

Colaboradores: Ernest Fontich Julià (U. Barcelona)

Las variedades invariantes asociadas a objetos invariantes de un sistema dinámico nos dan una información esencial para el análisis de la estructura dinámica del sistema. Si el objeto invariante tiene alguna hiperbolicidad, hay resultados satisfactorios que hacen referencia a la existencia, regularidad y unicidad de variedades invariantes en dimensiones arbitrarias. Ver por ejemplo [1,3].

Cuando el objeto invariante considerado no tiene ninguna "dirección" hiperbólica el problema es más complicado. En sistemas dinámicos generados por aplicaciones la condición de no hiperbolicidad de un punto fijo, es que los valores propios de la diferencial de la aplicación evaluada en el punto fijo tengan módulo uno. El caso en que todos los valores propios son uno es el más degenerado. Para aplicaciones planas, este caso ha sido considerado por [2,4].

Nosotros consideramos aplicaciones de la forma $(x, y) \to (x + p(x, y), y + q(x, y))$ donde $x \in R^n$, $y \in R^m$ y p, q son $o(||(x, y)||^2)$.

Hemos demostrado que, bajo ciertas hipótesis, existe variedad invariante asociada al origen y ésta puede escribirse como el grafo de una función, φ. Hemos considerado los casos en que la aplicación es Lipschitz o analítica y hemos demostrado que φ es también Lipschitz o analítica respectivamente.

Las hipótesis que necesitamos son una generalización a dimensión arbitraria de [4]. Podríamos decir que nos generan una hiperbolicidad débil.

Las aplicaciones que hemos estudiado, aparecen en algunos problemas de mecánica celeste y creemos que también podría aplicarse nuestro resultado a problemas de mecánica de fluidos.

[1] N. Fenichel, "Persistence and smoothness of invariant manifolds for flows.", *Indiana Univ. Math.*, **87**, (1971/1972), 193-226.
[2] E. Fontich, "Stable curves asymptotic to a degenerate fixed point", *Nonlinear Anal.*, **35**, (1999), 711-733.
[3] M. Hirsch, C. C. Pugh and M. Shub, "Invariant Manifolds", *Lecture Notes in Math*, **535**, Springer 1997.
[4] Mc Gehee, "A stable manifold theorem for degenerate fixed points with applications to Celestial Mechanics", *J. Differential Equations*, **14**, (1991), 70-88.

142 Algunos ejemplos de criptosistemas basados en sistemas dinámicos discretos

Autor: Ángel Martín del Rey

Afiliación: Universidad de Salamanca
E.T.S.I. Industriales,
Av. Fernández Ballesteros 2
Béjar (Salamanca), 37700

E-mail: delrey@usal.es

Colaboradores: Sara Hoya White (Universidad de Salamanca), Raúl Díaz Len (Universidad de Salamanca)

El objetivo de la presente comunicación es el estudio de algunos criptosistemas, tanto de clave pública como de clave secreta, construidos a partir de diferentes sistemas dinámicos discretos, centrando nuestra atención en los denominados autómatas celulares (AC's para abreviar). Así analizaremos como ejemplos de criptosistemas de clave secreta los dados por Stephen Wolfram en 1985 y por Howard Gutowitz en 1995, y como ejemplo de criptosistema de clave pública, estudiaremos el propuesto por Puhua Guan en 1987.

El criptosistema desarrollado por S. Wolfram es un método de cifrado en flujo en el que se hace uso del AC con númerode Wolfram 30 como generador de secuencias pseudoaleatorias de bits. Estas secuencias son sumadas bit a bit al texto a ser transmitido (expresado mediante 0's y 1's), dando lugar así al criptograma. Detallaramos, también, el criptoanálisis llevado a cabo por Meier y Staffelbach a tal criptosistema.

El criptosistema debido a H. Gutowitz es un método de cifrado en bloque que se basa en el uso tanto de los AC's reversibles como de los denominados autómatas celulares conmutadores. En el presente trabajo calculamos explicitamente ambos conjuntos de autómatas para espacios celulares con número pequeno de células.

Finalmente, el criptosistema concebido por P. Guan se fundamenta en la utilización de AC's no homogéneos. Cada uno de estos tiene asociado un sistema de ecuaciones no lineales que no es dificil de resolver. No obstante, el sistema asociado a la composición de varios AC's no homogéneos resulta en la mayor parte de los casos imposible de ser resuelto en un tiempo polinómico. Es pues este sistema el que es utilizado como clave pública, mientras que los sistemas asociados a cada uno de los AC's no homogéneos se mantienen como clave secreta.

143 Variedades transitivas

Autor: Gabriel Soler López

Afiliación: Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística,
c/Alfonso XIII, 52
Cartagena, 30203

E-mail: gabriel.soler@upct.es

WWW: http://filemon.upct.es/~gabi/

Colaboradores: Víctor Jiménez López (U. Politécnica de Cartagena)

Dentro de la teoría de flujos continuos definidos sobre variedades, una cuestión importante a estudiar es el estudio asintótico de sus órbitas, dicho de otro modo, el estudio de los conjuntos ω-límites de las órbitas del sistema. Mientras que el problema es trivial en variedades de dimensión 1, sólo para algunas superficies concretas los conjuntos ω-límites están caracterizados en su totalidad (véase [3], [2] y [4]).

Lo que hace más difícil de resolver el problema para el resto de superficies y variedades en general es la existencia de flujos con puntos recurrentes, es decir, aquellos que están contenidos en su propio conjunto ω-límite. Dentro de dichos puntos nos podemos encontrar tanto puntos recurrentes generando ω-límites con interior vacío como con interior no vacío. En este trabajo intentamos clarificar la estructura de los ω-límites del segundo tipo.

Dada una variedad topológica o diferenciable M, se dirá que M es *transitiva* si existe $x \in M$ y un flujo continuo Φ tal que $\omega_\Phi(x) = M$. Nuestro objetivo es explicar los dos resultados siguientes que cierran el problema de flujos transitivos en variedades:

Teorema 1 (Jiménez López-Soler López) *Sea S una superficie conexa (resp. conexa y orientable). Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

1. *S es transitiva para un flujo diferenciable,*
2. *S es transitiva para un flujo continuo,*
3. *S no es homeomorfa ni a $\mathbb{S}^2$, ni a $\mathbb{P}^2$, ni a una superficie embebida en $\mathbb{B}^2$ (resp. no es homeomorfa a ninguna superficie embebida en $\mathbb{S}^2$),*
4. *S contiene dos círculos que se cortan en un solo punto transversalmente.*

Teorema 2 (Jiménez López-Soler López) *Sea M una variedad conexa n-dimensional (resp. una variedad conexa diferenciable n-dimensional) con $n \geq 3$. Entonces M es transitiva (resp. transitiva para un flujo diferenciable).*

[1] D. V. Anosov, *Flows on closed surfaces and behavior of trajectories lifted to the universal covering plane*, J. Dynam. Control Systems **1** (1995), 425–138.
[2] V. Jiménez López & G. Soler López, *Accumulation points of nonrecurrent orbits of surface flows*, Preprint Universidad de Murcia (2001).
[3] _____, *A topological characterization of ω-limit sets for continuous flows on the projective plane*, Discrete Contin. Dynam. Systems **Added Volume** (2001), 254–258.
[4] R. E. Vinograd, *On the limiting behavior of an unbounded integral curve*, Moskov. Gos. Univ. Uč. Zap. 155, Mat. **5** (1952), 94–136, En Ruso.

144 ¿Existe una temperatura crítica en los *small worlds*?

Autor: Pedro J. Pascual Broncano

Afiliación: Universidad Autónoma de Madrid
E.T.S. Informática
Campus de Cantoblanco
28049 Madrid

E-mail: pedro.pascual@ii.uam.es

WWW: http://www.ii.uam.es/~ pedro

Colaboradores: Carlos Aguirre Maeso (U. Autónoma de Madrid), Luis Vázquez Martínez (U. Complutense de Madrid)

Es conocido que el modelo de Ising reproduce la existencia de una temperatura crítica en dos dimensiones, pero no en una. Este es un modelo discreto de interacción nolineal entre los spines de los vecinos más próximos. Por debajo de la temperatura crítica tiene lugar la magnetización espontánea del material, tomando la mayoría de los spines la misma orientación.

En el presente trabajo se investiga la existencia de dicha temperatura crítica para un modelo de Ising sobre una topología de *small world*. Los *small worlds* son grafos a medio camino entre el orden y la aleatoriedad total, combinando las ventajas más significativas de estos dos extremos: la proximidad entre nodos de los grafos aleatorios y el alto grado de agrupamiento (*clustering*) de los regulares. Estos grafos son aplicados en ámbitos diversos como las ciencias sociales (relaciones humanas) o redes de ordenadores. Asimismo, se investigan toplogías del tipo *scale free*, y se comparan con las anteriores. El presente estudio podría arrojar luz sobre fenómenos de homogeneización de alguna propiedad en sistemas que son modelados más adecuadamente por este tipo de topologías, en lugar de mallas uni- o bidimensionales, como puede ser la preferencia de voto en un grupo social.

[1] Ising, E., 1925, Z. Phys. **31**, 253
[2] Gitterman, M., 2000, J. Phys. A **33**, 8373
[3] Svenson, P. and Johnston, D. A., 2002, Phys. Rev. E **65**, 036105
[4] Watts, D. J., 1999, *Small Worlds: The Dynamics of Networks between Order and Randomness* (Princeton University Press, Princeton, New Jersey)
[5] Watts, D. J. and Strogatz, S. H., 1998, Nature **393**, 440
[6] Albert, R., Jeong, H. and Barabási, A.-L., 1999, Nature **401**, 130

145 Sincronización e incremento de coherencia en cadenas de elementos biestables.

Autor: Ana Maria Lacasta Palacio

Afiliación: Departament de Física Aplicada, Universitat Politècnica de Catalunya, Av. Gregorio Marañon 44, 08034 Barcelona

E-mail: anna@fa.upc.es

WWW: http://www-fa.upc.es/websfa/eupb/ana/ana.htm

Colaboradores: J. M. Sancho (U. Barcelona), F. Sagués (U. Barcelona)

En este trabajo se ha estudiado el efecto combinado de fluctuaciones y retraso en un sistema de elementos biestables. Los distintos elementos han sido modelados mediante ecuaciones estocástica con *delay*, acopladas espacialmente. La integración numérica del modelo nos ha permitido analizar la coherencia en los pulsos generados por el ruido, constatando que el fenómeno de resonancia coherente se ve incrementado por el acoplamiento entre elementos. Se ha evaluado así mismo el nivel de sincronización, estableciendo su dependencia con los diferentes parámetros del sistema.

146 Aplicaciones de las funciones σ-permutables

Autor: Antonio Linero Bas

Afiliación: Universidad de Murcia
Departamento de Matemáticas,
Campus de Espinardo
30100, Murcia

E-mail: lineroba@um.es

Colaboradores: Francisco Balibrea Gallego (Universidad de Murcia)

Un sistema dinámico discreto es un par (X, f), siendo X un espacio métrico (compacto), y f una función continua de X en sí mismo. En términos de un proceso biológico, físico, económico, ..., X indica el conjunto de posibles estados del sistema, mientras que f recoge cómo evoluciona cada uno de esos estados a lo largo de cada unidad de tiempo considerada.

Para analizar la evolución de un sistema a lo largo del tiempo, debemos estudiar el comportamiento asintótico de las órbitas $\{f^n(x)\}_{n=0}^{\infty}$, donde $x \in X$, y f^n indica la iterada n-ésima de f.

Un ejemplo de espacio métrico discreto viene dado por las funciones σ-permutables de $X^n = X \times \cdots \times X$ en sí mismo. Presentan el siguiente aspecto

$$F(x_1, x_2, ..., x_n) = (f_{\sigma(1)}(x_{\sigma(1)}), f_{\sigma(2)}(x_{\sigma(2)}), ..., f_{\sigma(n)}(x_{\sigma(n)})),$$

donde σ es una permutación cíclica de $\{1, 2, ..., n\}$ y cada $f_i : X \to X$ es continua.

Cuando $n = 2$ y $X = [0, 1]$, este tipo de funciones aparece asociada a un modelo económico conocido como duopolio de Cournot.

Además, esta clase de funciones se relaciona con ecuaciones en diferencias con retardos del tipo

$$x_{n+k} = f(x_n),$$

siendo $k \in \mathbb{N}$ fijo, $n \in \mathbb{N}$. En efecto, si $\{x_n\}_{n\geq 1}$ es la sucesión generada por la ecuación a partir de las condiciones iniciales $\{x_1, x_2, ..., x_k\}$, observemos que la sucesión $\{F^n(x_1, x_2, ..., x_k)\}_{n\geq 1}$, donde $F(x_1, x_2, ..., x_k) = (x_2, ..., x_k, f(x_1))$, produce los mismos datos que $\{x_n\}_n$.

Por tanto, el estudio de la dinámica de esta clase de funciones (estructura periódica, entropía topológica, ω-límites, conjuntos minimales, transitividad, caos, ...) nos dará información del comportamiento del modelo económico, o de posibles sistemas biológicos, físicos, ... regulados a través de esta clase de funciones. En esta comunicación abordamos algunos aspectos dinámicos de las funciones σ-permutables con objeto de determinar la evolución del duopolio de Cournot o de modelos biológicos, físicos, ... dados mediante ecuaciones en diferencias con retardos.

147 Automatas celulares con memoria

Autor: Ramón Alonso Sanz

Afiliación: ETSI Agrónomos (Estadística), C. Universitaria. 28040, Madrid

E-mail: ralonso@eco.etsia.upm.es

Colaboradores: Margarita Martín, Universidad Complutense de Madrid

Los Autómatas Celulares (AC) convencionales son ahistóricos (Markovianos, sin memoria): la nueva configuración depende solo de la última. Así, el nuevo estado (a) de la celda genérica i, se obtiene como: $a_i^{(T+1)} = \phi(\mathcal{N}(a_i^{(T)}))$, donde la regla ϕ opera sobre el conjunto de celdas vecinas (*entorno* $\mathcal{N}$) a la celda a actualizar. En los AC con Memoria (ACM) aquí propuestos, cada celda queda caracterizada por una media geométrica ponderada redondeada (f) de todos sus estados anteriores. Tras el instante T, la media ponderada de todos los estados previos de la celda genérica i será: $m_i^{(T)}(a_i^{(1)}, a_i^{(2)}, \ldots, a_i^{(T)}) = \frac{\sum_{t=1}^{T} \alpha^{T-t} a_i^{(t)}}{\sum_{t=1}^{T} \alpha^{T-t}}$. Así, el estado a obtenido τ instantes previos al último será actualizado al valor: $\alpha^\tau a$, siendo α el *factor de memoria* ($0 \leq \alpha \leq 1$). Este conocido mecanismo de ponderación tiende a hacer *olvidar* los estados alejados en en tiempo, mientras que, por el contrario, el último no se ve afectado por el descuento ($\alpha^0 = 1$). Los AC convencionales (ahistóricos) quedan englobados en este marco anulando α, mientras que en los AC *completamente históricos*, con $\alpha = 1$), cada celda queda caracterizada por su estado más frecuente. En el contexto de los AC con dos estados posibles, codificados como 0 y 1, la media ponderada discreta (f) se obtendrá *redondeando* la media geométrica m por comparación con el valor 0.5, asignando el último de los estados ($a_i^{(T)}$) en caso de igualdad a este valor de corte. La dinámica de actualización en los ACM será entonces: $a_i^{(T+1)} = \phi(\mathcal{N}(f_i^{(T)}))$.

Hemos estudiado los ACM partiendo de una sola celda activa [1,2] y de configuraciones generadas aleatoriamente. En [3] hemos analizado el efecto de la memoria histórica sobre *LIFE*. Nos proponemos estudiar el efecto de la memoria en AC reversibles: $a_i^{(T+1)} = \phi(\mathcal{N}(a_i^{(T)})) \oplus a_i^{(T-1)}$. En [4,5,6] hemos estudiado el efecto de la memoria histórica en un tipo especial de AC: la formulación espacial del *dilema del preso*.

Como conclusión general de todos estos trabajos cabe consignar que la consideración de la memoria histórica tiene un efecto *inercial* que tiende a *preservar* la configuración inicial. Si esta está constituida por una única celda activa, la memoria histórica tiende a confinar la expansión originada en dicha celda; si la configuración inicial ha sido generada aleatoriamente, la consideración de la memoria histórica tiende a confinar el *daño* producido por una alteración (*error*) en alguna(s) de sus celdas iniciales. Como regla general, el incremento en el factor de memoria implica una potenciación del efecto *inhibidor*; si bien se han detectado discontinuidades y desviaciones en el efecto inhibidor de la memoria para un cierto número de reglas y valores de α.

Un limitado número de AC convenciales presentan el crecimiento inhibido que caracteriza estructuralmente a los ACM. Creemos que esta propiedad, modulable mediante α, puede ser de interés en la modelización mediante ACM de fenómenos de difusión limitada, frecuentes en la naturaleza.

[1] R.Alonso-Sanz, M.Martin, *Int.J. Bifurcation and Chaos*, **12**,1,205.(2002).
[2] R.Alonso-Sanz, M.Martin, *Int. J. Modern Physics C*, **13**,1, 49.(2002).
[3] R.Alonso-Sanz, M.C.Martin, M.Martin,*Int.J. Bifurcation and Chaos*, **11**,6,1665. (2001)
[4] R.Alonso-Sanz,*Int.J. Bifurcation and Chaos*, **9**, 1197.(1999).
[5] R.Alonso-Sanz, M.C.Martin, M.Martin, *Int.J. Bifurcation and Chaos*, **10**,1,87. (2000).
[6] R.Alonso-Sanz, M.C.Martin, M.Martin,*Int.J. Bifurcation and Chaos*, **11** 4,943; 7,2037; 8,2061 (2001).

148 Sistemas dinámicos fraccionarios y procesos no Locales

Autor: Juan J. Trujillo Jacinto del Castillo

Afiliación: Universidad de La Laguna
Departamento de análisis matemático,
38271. La Laguna.
Tenerife

E-mail: Juan.Trujillo@ull.es

Colaboradores: B. Bonilla, M. Rivero, L. Rodriguéz-Germá (Univ. La Laguna)y A.A. Kilbas (Univ. Estatal de Bielorusia

En nuestra comunicación trataremos de resaltar las ventajas que presentan los operadores diferenciales fraccionarios para la modelización de procesos dinámicos anómalos, especialmente en los llamados no locales, a través de aplicaciones reales realizadas en la última década por investigadores de muy diversas áreas de campos aplicados en la modelización de algunos procesos complejos, que cuya respuesta a los clásicos modelos basados en la derivada ordinaria, local y carente de memoria. Se presentarán, además, algunos ejemplos de su aplicación en modelos de difusión ultralenta y ultrarápida, con el objeto de explicar el posible control la dinámica de estos procesos mediante el orden de la derivada fraccionaria. Debemos destacar que el modelo correspondiente a la difusión ultrarápida implica el uso de un operador fraccionario que generaliza al de Liouville no utilizado hasta el momento en la aplicaciones conocidas.

En primer lugar, debemos destacar que son numerosos los procesos dinámicos relacionados con Ciencias de la vida, Ciencias sociales, Hidrología y Geología, Flujo de fluidos a través de medios porosos fractales, Teoría de señales en medios anómalos (viscoelásticos o plasma), Propiedades mecánicas de ciertos nuevos materiales, ..., destacaremos particularmente los relacionados con la Subdifusión y la Superdifusión.

Algunos modelos relacionados con este caso pueden ser la Ecuación Fraccionaria de Difusión, la Ecuación fraccionaria de Fokker-Planck o la Ecuacion fraccionaria de "advection-diffusion", que generalizan en cierto modo las correspondientes ordinarias sustituyendo la derivada ordinaria por las llamadas derivadas de orden fraccionario α de Riemann-Liouville o de Caputo, haciendo que la evolución del proceso en cuestión dependa de dos parametros, la constante de difusividad propia del medio y un nuevo parametro α, tal que cuando $\alpha = 1$ da lugar a los modelos clásicos, mientras que cuando $0 < \alpha < 1$, simula una evolución del proceso ultra-lenta.

Como es sabido el proceso de difusión clásico puede explicarse mediante el denominado movimiento browniano de las particulas, que queda caracterizado por un proceso estocastico denominado "Continuos Time Ramdom Walk" (CTRW), cuyo momento de segundo orden es proporcional a t, mientras que en el caso de los modelos generalizados, se considera un concepto que generaliza al clásico movimiento Browniano por el denominado "movimiento Browniano anómalo", cuya principal caracteristica es que su momento de segundo orden es proporsional a t^α, describiendo un proceso de difusión ultralento si $0 < \alpha < 1$ o de difusión ultrarapida si $\alpha > 1$.

[1] *R. Gorenflo and F. Mainardi*, Ramdom Walk models approximating symmetric space-fractional diffusion processes, Birkhausers Verlag (2001). pp. 120-145.
[2] *R. Metzler and J. Klafter.*, The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach. *Physics Reports*, **339**, (2000), pp. 1-77.
[3] *A.A. Kilbas and J. Trujillo*, Differential equation of fractional order. Methods, results and problems. I, *Appl. Anal.*, **78** (1-2), (2001). pp. 153-192.
[4] *A. Scolt.*, *Nonlinear Sciences: Emergence and Dynamics of coherent strucuture*, Oxford Univ. Press, 1999.