Práctica Primera
MATRICES

1.-Introducción de datos en una matriz

1.1.-) Utilizando el menu Input la opción Create Table / Matrix / Palette

In[1]:=

$$a1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

1.2.-) Mediante una lista de vectores

In[2]:=

```
a2 = {{2, 3, 4}, {0, -1, 2}, {2, 4, -1}};
```

1.3.-) Mediante la orden Table

In[3]:=

```
a3 = Table[1 / (i + j), {i, 5}, {j, 4}];
```

In[4]:=

```
a4 = {{1, 0}, {2, 3}, {3, -5}};
```

Poner un ; detrás de la orden hace que no se represente aunque se calcule

Cada una de ellas pude mostrarse con la orden MatrixForm en forma de matriz

In[5]:=

```
MatrixForm[a2]
```

Out[5]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

In[6]:=

```
MatrixForm[a1]
```

Out[6]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

In[7]:=

```
MatrixForm[a3]
```

Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

In[8]:=

```
MatrixForm[a4]
```

Out[8]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

2.-Operaciones entre matrices

2.1.-Suma de matrices : es necesario que sean de la misma dimension

In[9]:=

```
a1 + a2
```

Out[9]=

```
{{3, 5, 7}, {4, -4, 7}, {1, 4, 1}}
```

In[10]:=

```
MatrixForm[a1 + a2]
```

Out[10]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & -4 & 7 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2.-Diferencia de matrices : del mismo modo que el apartado anterior

In[11]:=

```
a1 - a2
```

Out[11]=

```
{{-1, -1, -1}, {4, -2, 3}, {-3, -4, 3}}
```

In[12]:=

```
MatrixForm[a1 - a2]
```

Out[12]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \\ -3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

También a la operación a1 + a2 ó a1 - a2 u otra cualquiera,
se le puede asignar una variable de modo que no sea necesario repetir la expresión. Por ejemplo :

In[13]:=

```
suma = a1 + a2;
diferencia = a1 - a2;
MatrixForm[suma]
MatrixForm[diferencia]
```

Out[15]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & -4 & 7 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[16]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \\ -3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

2.3.-Producto de un escalar por un vector

In[17]:=

```
7 a1
```

Out[17]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

In[18]:=

```
a1 7
```

Out[18]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

In[19]:=

```
7 * a1
```

Out[19]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

In[20]:=

```
a1 * 7
```

Out[20]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

al producto le podíamos asignar una variable, como anteriormente se dijo

In[21]:=

```
p1 = 7 a1
p2 = a1 7
p3 = 7 * a1
p4 = a1 * 7
```

Out[21]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

Out[22]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

Out[23]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

Out[24]=

```
{{7, 14, 21}, {28, -21, 35}, {-7, 0, 14}}
```

Observe el espacio en blanco entre 7 y a1 tanto en p1 , como en p2

2.4.-Producto de matrices

Para poder efectuar el producto entre la matriz A y la B , que escribiremos como A.B , el número de columnas del primer factor ha de ser igual al número de filas del segundo factor , en caso contrario dará error

In[25]:=

```
a4.a2
```

```
Dot::dotsh :  Tensors {{1, 0}, {2, 3}, {3, -5}} and
   {{2, 3, 4}, {0, -1, 2}, {2, 4, -1}} have incompatible shapes. More…
```

Out[25]=

```
{{1, 0}, {2, 3}, {3, -5}}.{{2, 3, 4}, {0, -1, 2}, {2, 4, -1}}
```

Vemos que tienen dimensiones incompatibles

In[26]:=

```
C1 = a2.a4
MatrixForm[C1]
```

Out[26]=

```
{{20, -11}, {4, -13}, {7, 17}}
```

Out[27]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 20 & -11 \\ 4 & -13 \\ 7 & 17 \end{pmatrix}$$

¿Recuerda cómo se efectúa el producto? Hágalo a mano y compruebe el resultado

2.5.-Potencia de una matriz

Se trata de calcular las potencias enteras positivas de una matriz, es decir calcular A, A^2, A^3, ... A^n siendo n un número natural.

In[28]:=

$$a1^4$$

Out[28]=

```
{{1, 16, 81}, {256, 81, 625}, {1, 0, 16}}
```

In[29]:=

```
a1.a1.a1.a1
```

Out[29]=

```
{{31, -130, 105}, {-320, 327, -121}, {5, -24, -70}}
```

In[30]:=

```
a1 a1 a1 a1
```

Out[30]=

```
{{1, 16, 81}, {256, 81, 625}, {1, 0, 16}}
```

In[31]:=

```
MatrixPower[a1, 4]
```

Out[31]=

```
{{31, -130, 105}, {-320, 327, -121}, {5, -24, -70}}
```

¿Ve la diferencia de lo que hacen cada una de las expresiones ?

2.6.-Traspuesta de una matriz

Trasponer una matriz es obtener otra, cambiando las filas por columnas

In[32]:=

```
MatrixForm[a4]
a5 = Transpose[a4]
MatrixForm[a5]
```

Out[32]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Out[33]=

```
{{1, 2, 3}, {0, 3, -5}}
```

Out[34]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

2.7.-Inversa de una matriz

Inversa de una matriz cuadrada es aquella matriz que multiplicada por ella, tanto por la izquierda como por la derecha, da la matriz identidad.

$$A.A^{-1} = A^{-1}.A = I$$

In[35]:=

```
a1;
inversadea1 = Inverse[a1];
a1.inversadea1;
inversadea1.a1;
MatrixForm[a1]
MatrixForm[inversadea1]
MatrixForm[a1.inversadea1]
MatrixForm[inversadea1.a1]
```

Out[39]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Out[40]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \frac{6}{41} & \frac{4}{41} & -\frac{19}{41} \\ \frac{13}{41} & -\frac{5}{41} & -\frac{7}{41} \\ \frac{3}{41} & \frac{2}{41} & \frac{11}{41} \end{pmatrix}$$

Out[41]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[42]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.8.-Determinante de una matriz cuadrada

¿Podría recordar la definición de determinante de una matriz cuadrada?

In[43]:=

```
determinante = Det[a1]
```

Out[43]=

-41

3.-Rango de una matriz

Se define el rango de una matriz como el máximo número de filas linealmente independientes¿es correcto?¿matizaría ud. algo más?

3.1.-Una de las maneras de determinar el rango de una matriz es calcular el orden máximo de las submatrices con determinante no nulo

Ejemplo:

In[44]:=

```
matriz = Table[i + j, {i, 5}, {j, 3}];
MatrixForm[matriz]
```

Out[45]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

La orden Minors[matriz, orden],

produce todos los menores de la matriz indicada y del orden correspondiente

¿Cuántos menores de orden 3 puedes obtener de la matriz, llamada matriz?

In[46]:=

```
Minors[matriz, 3]
```

Out[46]=

```
{{0}, {0}, {0}, {0}, {0}, {0}, {0}, {0}, {0}, {0}}
```

La respuesta es que todos los menores son todos nulos, luego el orden no puede ser 3.

In[47]:=

```
Minors[matriz, 2]
```

Out[47]=

```
{{-1, -2, -1}, {-2, -4, -2}, {-3, -6, -3}, {-4, -8, -4}, {-1, -2, -1},
 {-2, -4, -2}, {-3, -6, -3}, {-1, -2, -1}, {-2, -4, -2}, {-1, -2, -1}}
```

Como no todos son nulos, de hecho no hay ninguno,

el orden es 2 y por tanto ese es también el rango de esta matriz

3.2.-Otro metodo es el de obtener una matriz reducida,

usando operaciones de fila mediante las siguientes propiedades

a) Permutación de filas H_{ij}

Cambiar la fila que ocupa el lugar i,

por la que ocupa el lugar j

b) Multiplicar a una fila por un número $H_{i\ (k)}$ es decir a la fila i se la multiplica por un número k

c) A la fila i se le suma la j multiplicada por un número $H_{i+j\ (k)}$

In[48]:=

```
matrizreducida = RowReduce[matriz];
MatrixForm[matrizreducida]
```

Out[49]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Observamos que las filas 3, 4 y 5, son todas nulas,

es decir combinaciones lineales de las 2 primeras,

luego el rango es 2

Created by Mathematica (January 28, 2004)