

1º Problema

1.1.-Dados dos espacios vectoriales calcular su suma**Sea el subespacio vectorial U**

In[1]:=

U = {{1, 2, 1, 0}, {1, -1, -1, -1}};**Y V el dado por las siguientes ecuaciones**

In[2]:=

coordenadas = {x, y, z, t};**implicitasV = {3 x + 6 y + z == 0, 6 x + 13 y + t == 0};****Calculo de una base del subespacio U**

In[4]:=

RowReduce [U]

Out[4]=

 $\left\{ \left\{ 1, 0, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right\}, \left\{ 0, 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right\} \right\}$ **El rango de esta matriz es 2, por lo tanto**

In[5]:=

basedeU = U;**Calcular una base de V**

In[6]:=

solucionV = Solve[implicitasV, coordenadas]**Solve::svars : Equations may not
give solutions for all "solve" variables. [More...](#)**

Out[6]=

 $\left\{ \left\{ x \rightarrow 2 t - \frac{13 z}{3}, y \rightarrow -t + 2 z \right\} \right\}$ **Como faltan las incognitas z y t que son parámetros un vector
característico será :**

In[7]:=

vectorV = {2 t - 13 z / 3, -t + 2 z, z, t};

Y la base será la siguiente :

In[8]:=

```

parametros = {z, t};
basedeV = Table[Table[Coefficient[vectorV[[j]],
                        parametros[[i]]],
                {j, Length[vectorV]}],
                {i, Length[parametros]}
]

```

General::spell1 :

Possible spelling error: new symbol name "basedeV" is similar to existing symbol "basedeU". [More...](#)

Out[9]=

$$\left\{ \left\{ -\frac{13}{3}, 2, 1, 0 \right\}, \{2, -1, 0, 1\} \right\}$$

Un sistema de generadores del espacio U +

V se halla uniendo laas dos bases anteriores

In[10]:=

```

generadorespaciosuma = Union[basedeU, basedeV]

```

Out[10]=

$$\left\{ \left\{ -\frac{13}{3}, 2, 1, 0 \right\}, \{1, -1, -1, -1\}, \{1, 2, 1, 0\}, \{2, -1, 0, 1\} \right\}$$

¿Son todos linealmente independientes?

In[11]:=

```

Det[generadorespaciosuma]

```

Out[11]=

0

Luego el rango no es 4 ¿Cuál es?

In[12]:=

```

RowReduce[generadorespaciosuma]

```

Out[12]=

$$\{\{1, 0, 0, 0\}, \{0, 1, 0, -1\}, \{0, 0, 1, 2\}, \{0, 0, 0, 0\}\}$$

Escojamos los tres pimeros vectores de generadorespaciosuma

In[13]:=

```
basesuma = Table[generadorespaciosuma[[i]], {i, 3}];
MatrixForm[basesuma]
```

Out[14]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -\frac{13}{3} & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

¿Cuáles serán sus ecuaciones paramétricas?

In[15]:=

```
param = {a, b, c};
coordenadas = {x, y, z, t};
parametricassuma = coordenadas == Transpose[basesuma].param
```

Out[17]=

$$\{x, y, z, t\} == \left\{ -\frac{13a}{3} + b + c, 2a - b + 2c, a - b + c, -b \right\}$$

In[18]:=

```
LogicalExpand[parametricassuma]
```

Out[18]=

$$t == -b \ \&\& \ x == -\frac{13a}{3} + b + c \ \&\& \ y == 2a - b + 2c \ \&\& \ z == a - b + c$$

Y las implícitas serán

In[19]:=

```
Eliminate[parametricassuma, param]
```

Out[19]=

$$-y + 2z == t$$

1.2.-Dados dos espacios vectoriales calcula su intersección $U \cap V$

Para ello vamos a calcular las ecuaciones implícitas de U

In[20]:=

```
param = {a, b};
parametricasU = coordenadas == Transpose[basedeU].param
```

Out[21]=

$$\{x, y, z, t\} == \{a + b, 2a - b, a - b, -b\}$$

Las ecuaciones implícitas serán

In[22]:=

implicitasU = Eliminate[parametricasU, param]

General::spell1 :

Possible spelling error: new symbol name "implicitasU" is similar to existing symbol "implicitasV". [More...](#)

Out[22]=

 $t == -y + 2z \ \&\& \ x == 2y - 3z$

Ahora hay que formar una lista con las ecuaciones implícitas de U y de V, teniendo en cuenta que implicitasU no es un lista y habra que ponerla como tal, es decir entre llaves .

In[23]:=

interseccion = Union[{implicitasU}, implicitasV]

Out[23]=

 $\{t == -y + 2z \ \&\& \ x == 2y - 3z, t + 6x + 13y == 0, 3x + 6y + z == 0\}$

In[24]:=

solucion = Solve[interseccion, coordenadas]

General::spell1 :

Possible spelling error: new symbol name "solucion" is similar to existing symbol "solucionV". [More...](#)Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables. [More...](#)

Out[24]=

 $\left\{ \left\{ x \rightarrow -\frac{5t}{4}, y \rightarrow \frac{t}{2}, z \rightarrow \frac{3t}{4} \right\} \right\}$

In[25]:=

vectorinterseccion = coordenadas /. solucion[[1]]

Out[25]=

 $\left\{ -\frac{5t}{4}, \frac{t}{2}, \frac{3t}{4}, t \right\}$

In[26]:=

baseinterseccion = vectorinterseccion /. t -> 1

Out[26]=

$$\left\{-\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$$

Las ecuaciones parametricas e implícitas del espacio vectorial interseccion de U y V serán

In[27]:=

parametricasUintV = coordenadas == baseinterseccion alfa
Eliminate[parametricasUintV, alfa]

Out[27]=

$$\{x, y, z, t\} == \left\{-\frac{5 \text{ alfa}}{4}, \frac{\text{ alfa}}{2}, \frac{3 \text{ alfa}}{4}, \text{ alfa}\right\}$$

Out[28]=

$$3 t == 4 z \ \&\& \ 3 x == -5 z \ \&\& \ 3 y == 2 z$$

2° Problema

Dados dos subespacios calcular su suma directa

Dados los conjuntos

In[29]:=

genU = {{1, 1, -2, 0, -1}, {0, 0, 4, 0, 1}, {1, 1, 3, 0, -1}}
genV = {{0, 5, 1, 5, 3}, {5, 1, 1, 3, 0}, {15, -7, 1, -1, -6}}

Out[29]=

{{1, 1, -2, 0, -1}, {0, 0, 4, 0, 1}, {1, 1, 3, 0, -1}}

General::spell1 :

Possible spelling error: new symbol name "genV" is similar to existing symbol "genU". [More...](#)

Out[30]=

{{0, 5, 1, 5, 3}, {5, 1, 1, 3, 0}, {15, -7, 1, -1, -6}}

Definimos ahora el generador de la suma (union)

In[31]:=

genSuma = Union[genU, genV]

Out[31]=

**{{0, 0, 4, 0, 1}, {0, 5, 1, 5, 3}, {1, 1, -2, 0, -1},
 {1, 1, 3, 0, -1}, {5, 1, 1, 3, 0}, {15, -7, 1, -1, -6}}**

In[32]:=

RowReduce [genSuma]

Out[32]=

```
{ {1, 0, 0, 0, 0}, {0, 1, 0, 0, 0}, {0, 0, 1, 0, 0},
  {0, 0, 0, 1, 0}, {0, 0, 0, 0, 1}, {0, 0, 0, 0, 0} }
```

In[33]:=

basegenSuma = Table [genSuma [[i]], {i, 5}];**MatrixForm [basegenSuma]**

Out[34]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

In[35]:=

Det [basegenSuma]

Out[35]=

-175

Hallar las ecuaciones paramétricas de la suma

In[36]:=

parametros = {a, b, c, d, e};**coordenadas = {x, y, z, t, u};****paramSuma = coordenadas == Transpose [basegenSuma] . parametros**

Out[38]=

```
{x, y, z, t, u} ==
 {c+d+5e, 5b+c+d+e, 4a+b-2c+3d+e, 5b+3e, a+3b-c-d}
```

In[39]:=

LogicalExpand [paramSuma]

Out[39]=

```
t == 5b+3e && u == a+3b-c-d && x == c+d+5e &&
 y == 5b+c+d+e && z == 4a+b-2c+3d+e
```

In[40]:=

Eliminate [paramSuma, parametros]

Out[40]=

True

Quiere esto decir que entre las coordenadas del vector x , y , z , t , u no tiene que existir ninguna relacion para que esté en el espacio vectorial suma,

por lo tanto la suma de U y V da todo \mathbb{R}^5

¿Que sucede con la intersección?

Hallemos las ecuaciones implícitas de U y de V , luego calculamos la interseccion y vemos el resultado

Parametricas de U , de V , luego las implícitas, luego su union y despues resolver

In[41]:=

```
parametros = {a1, a2, a3}
coordenadas = {x1, x2, x3, x4, x5}
parametricasdeU = coordenadas == Transpose[genU].parametros
implicitasdeU = Eliminate[parametricasdeU, parametros]
```

Out[41]=

```
{a1, a2, a3}
```

Out[42]=

```
{x1, x2, x3, x4, x5}
```

Out[43]=

```
{x1, x2, x3, x4, x5} ==
{a1 + a3, a1 + a3, -2 a1 + 4 a2 + 3 a3, 0, -a1 + a2 - a3}
```

Out[44]=

```
x1 == x2 && x4 == 0
```

In[45]:=

```
parametros = {a1, a2, a3}
coordenadas = {x1, x2, x3, x4, x5}
parametricasdeV = coordenadas == Transpose[genV].parametros
implicitasdeV = Eliminate[parametricasdeV, parametros]
```

Out[45]=

```
{a1, a2, a3}
```

Out[46]=

```
{x1, x2, x3, x4, x5}
```

General::spell1 :

Possible spelling error: new symbol name "parametricasdeV" is similar to existing symbol "parametricasdeU". [More...](#)

Out[47]=

```
{x1, x2, x3, x4, x5} ==
{5 a2 + 15 a3, 5 a1 + a2 - 7 a3, a1 + a2 + a3, 5 a1 + 3 a2 - a3, 3 a1 - 6 a3}
```

General::spell1 :

Possible spelling error: new symbol name "implicitasdeV" is similar to existing symbol "implicitasdeU". [More...](#)

Out[48]=

```
9 x1 == 5 (3 x4 - 5 x5) && 9 x2 == 3 x4 + 10 x5 && 9 x3 == 3 x4 - 2 x5
```

In[49]:=

```
sistema = Union[implicitasdeU, implicitasdeV];
solucion = Solve[sistema, {x1, x2, x3, x4, x5}]
```

Out[50]=

```
{{x1 -> 0, x2 -> 0, x3 -> 0, x4 -> 0, x5 -> 0}}
```

**Como la intersección es el vector nulo,
concluimos que \mathbb{R}^5 es suma directa de U y de V**

3º Problema

**Dado un subespacio de \mathbb{R}^4 generado por dos vectores,
calcular el subespacio suplementario**

In[51]:=

```
generadordeU = {{1, -1, 1, -1}, {1, 2, 3, 4}};
```

In[52]:=

```
RowReduce[generadordeU]
```

Out[52]=

```
{{{1, 0, 5/3, 2/3}, {0, 1, 2/3, 5/3}}}
```

**Luego el rango es dos,
basta añadir dos vectores que sean los de la base canónica,
por ejemplo $\{0, 0, 0, 1\}$ y $\{0, 0, 1, 0\}$ para formar una base de
 \mathbb{R}^4**

Veámoslo

In[53]:=

```

lista = generadordeU;
AppendTo[lista, {0, 0, 1, 0}];
AppendTo[lista, {0, 0, 0, 1}];
Det[lista]

```

Out[56]=

3

Entonces el espacio suplementario de U será el engendrado por los vectores añadidos

In[57]:=

```

gensup = {{0, 0, 0, 1}, {0, 0, 1, 0}};

```

Sus ecuaciones son

In[58]:=

```

parametros = {a1, a2}
coordenadas = {x1, x2, x3, x4}
paramsup = coordenadas == Transpose[gensup].parametros
implisup = Eliminate[paramsup, parametros]

```

Out[58]=

```

{a1, a2}

```

Out[59]=

```

{x1, x2, x3, x4}

```

Out[60]=

```

{x1, x2, x3, x4} == {0, 0, a2, a1}

```

Out[61]=

```

x1 == 0 && x2 == 0

```

Created by [Mathematica](#) (January 28, 2004)