

1.-Dada una matriz, calcular sus autovalores y sus autovectores

**Borramos previamente de la memoria,
todas las variables existentes**

In[1]:=

```
Clear["Global`*"]
```

Sea B, la siguiente matriz de 6 x6

In[2]:=

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Out[2]=

```
{{2, 0, 0, 0, 0, 0}, {2, 4, 0, 0, 0, -4}, {0, 0, 3, 0, 0, 0},  
{-1, 0, 0, 3, 0, 0}, {2, 0, 0, 0, 4, -2}, {0, 0, 0, 0, 0, 2}}
```

1.1.-Primero calculamos el polinomio característico y luego lo anulamos

In[3]:=

```
p[λ_] := Det[B - λ IdentityMatrix[6]]
```

De modo que

In[4]:=

```
p[λ]
```

Out[4]=

$$576 - 1248 \lambda + 1108 \lambda^2 - 516 \lambda^3 + 133 \lambda^4 - 18 \lambda^5 + \lambda^6$$

**Calculemos las raíces de este polinomio,
que serán los autovalores o valores propios o valores
característicos**

In[5]:=

```
Solve[p[λ] == 0, λ]
```

```
Out[5]=
{{λ → 2}, {λ → 2}, {λ → 3}, {λ → 3}, {λ → 4}, {λ → 4}}
```

**1.2.-Calculemos los autovectores,
para cada uno de los autovalores**

1.2 .1.-caso de $\lambda = 2$

```
In[6]:=
Clear["Global' *"]
x = {x1, x2, x3, x4, x5, x6};
solucion = Solve[(B - 2 IdentityMatrix[6]).x == 0, x]
Solve::svars : Equations may not
give solutions for all "solve" variables. More...
```

```
Out[8]=
{{x1 → -x5 + x6, x2 → x5 + x6, x3 → 0, x4 → -x5 + x6}}
```

**Nos dice que el sistema es indeterminado y que lo resuelve en
función de x_5 ,
y x_6**

El vector solucion será

```
In[9]:=
v = x /. solucion[[1]]
```

```
Out[9]=
{-x5 + x6, x5 + x6, 0, -x5 + x6, x5, x6}
```

Calculemos una base de este subespacio vectorial

```
In[10]:=
parametros = {x5, x6};
base =
Table[Table[Coefficient[v[[j]], parametros[[i]]],
{j, Length[v]}], {i, Length[parametros]}]
```

```
Out[11]=
{{-1, 1, 0, -1, 1, 0}, {1, 1, 0, 1, 0, 1}}
```

In[12]:=

u1 = base[[1]]**u2 = base[[2]]**

Out[12]=

{-1, 1, 0, -1, 1, 0}

Out[13]=

{1, 1, 0, 1, 0, 1}**1.2 .2.- caso de $\lambda = 4$**

In[14]:=

Clear["Global'*"]**x = {x1, x2, x3, x4, x5, x6};****solucion = Solve[(B - 4 IdentityMatrix[6]).x == 0, x]**

Solve::svars : Equations may not
give solutions for all "solve" variables. [More...](#)

Out[16]=

{{x1 → 0, x3 → 0, x4 → 0, x6 → 0}}

**Nos dice que el sistema es indeterminado y que lo resuelve en
función de x2,**

y x5**El vector solucion será**

In[17]:=

w = x /. solucion[[1]]

Out[17]=

{0, x2, 0, 0, x5, 0}**Calculemos una base de este subespacio vectorial**

In[18]:=

parametros = {x2, x5};**base =**

```
Table[Table[Coefficient[w[[j]], parametros[[i]]],  
{j, Length[v]}], {i, Length[parametros]}]
```

Out[19]=

```
{ {0, 1, 0, 0, 0, 0}, {0, 0, 0, 0, 1, 0} }
```

In[20]:=

```
u3 = base[[1]]
```

```
u4 = base[[2]]
```

Out[20]=

```
{0, 1, 0, 0, 0, 0}
```

Out[21]=

```
{0, 0, 0, 0, 1, 0}
```

1.2 .3.- caso de $\lambda = 3$

In[22]:=

```
Clear["Global`*"]
```

```
x = {x1, x2, x3, x4, x5, x6};
```

```
solucion = Solve[(B - 3 IdentityMatrix[6]).x == 0, x]
```

```
Solve::svars : Equations may not  
give solutions for all "solve" variables. More...
```

Out[24]=

```
{ {x1 → 0, x2 → 0, x5 → 0, x6 → 0} }
```

**Nos dice que el sistema es indeterminado y que lo resuelve en
función de x3,**

y x4

El vector solucion será

In[25]:=

```
t = x /. solucion[[1]]
```

Out[25]=

```
{0, 0, x3, x4, 0, 0}
```

Calculemos una base de este subespacio vectorial

In[26]:=

```

parametros = {x3, x4};
base =
Table[Table[Coefficient[t[[j]], parametros[[i]]],
  {j, Length[v]}], {i, Length[parametros]}]

```

Out[27]=

```
{0, 0, 1, 0, 0, 0}, {0, 0, 0, 1, 0, 0}}
```

In[28]:=

```

u5 = base[[1]]
u6 = base[[2]]

```

Out[28]=

```
{0, 0, 1, 0, 0, 0}
```

Out[29]=

```
{0, 0, 0, 1, 0, 0}
```

Tenemos ya los autovectores para cada uno de los autovalores, que son los tres dobles y por tanto cada uno de los subespacios engendrados es de dimensión 2

2.-¿Es diagonalizable?

Diremos que una matriz B, es diagonalizable si existe una matriz P llamada de paso de manera que siendo regular, se cumpla que

$$B = P \cdot A \cdot P^{-1}$$

o despejando A

$$A = P^{-1} \cdot B \cdot P$$

la matriz A es la matriz diagonal de los autovalores de la matriz B

Si existe la matriz de paso es la formada por la traspuesta de los autovectores de la matriz B

es decir :

In[30]:=

```
matrizdepasso = Transpose[{u1, u2, u3, u4, u5, u6}]
```

```
Out[30]=
```

```
{{-1, 1, 0, 0, 0, 0}, {1, 1, 1, 0, 0, 0}, {0, 0, 0, 0, 1, 0},
{-1, 1, 0, 0, 0, 1}, {1, 0, 0, 1, 0, 0}, {0, 1, 0, 0, 0, 0}}
```

De modo que la matriz diagonal de los autovalores será

```
In[31]:=
```

```
diagonalλ = Inverse[matrizdepasso].B.matrizdepasso
```

```
Out[31]=
```

```
{{2, 0, 0, 0, 0, 0}, {0, 2, 0, 0, 0, 0}, {0, 0, 4, 0, 0, 0},
{0, 0, 0, 4, 0, 0}, {0, 0, 0, 0, 3, 0}, {0, 0, 0, 0, 0, 3}}
```

```
In[32]:=
```

```
MatrixForm[%]
```

```
Out[32]/MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3.-Otra manera de resolverlo

Utilizando comandos de Mathematica

```
In[33]:=
```

```
autovalores = Eigenvalues[B]
```

```
Out[33]=
```

```
{4, 4, 3, 3, 2, 2}
```

```
In[34]:=
```

```
matriz = Eigenvectors[B]
```

```
Out[34]=
```

```
{{0, 0, 0, 0, 1, 0}, {0, 1, 0, 0, 0, 0}, {0, 0, 0, 1, 0, 0},
{0, 0, 1, 0, 0, 0}, {1, 1, 0, 1, 0, 1}, {-1, 1, 0, -1, 1, 0}}
```

```
In[35]:=
```

```
mpaso = Transpose[matriz]
```

```
Out[35]=
```

```
{ {0, 0, 0, 0, 1, -1}, {0, 1, 0, 0, 1, 1}, {0, 0, 0, 1, 0, 0},
  {0, 0, 1, 0, 1, -1}, {1, 0, 0, 0, 0, 1}, {0, 0, 0, 0, 1, 0} }
```

```
In[36]:=
```

```
MatrixForm[Inverse[mpaso].B.mpas]
```

```
Out[36]/MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4.-Otra manera

```
In[37]:=
```

```
p = NullSpace[Transpose[B - 2 IdentityMatrix[6]]]
```

```
Out[37]=
```

```
{ {0, 0, 0, 0, 0, 1}, {1, 0, 0, 0, 0, 0} }
```

```
In[38]:=
```

```
q = NullSpace[Transpose[B - 3 IdentityMatrix[6]]]
```

```
Out[38]=
```

```
{ {-1, 0, 0, 1, 0, 0}, {0, 0, 1, 0, 0, 0} }
```

```
In[39]:=
```

```
s = NullSpace[Transpose[B - 4 IdentityMatrix[6]]]
```

```
Out[39]=
```

```
{ {-1, -1, 0, 0, 0, 2}, {1, -1, 0, 0, 2, 0} }
```

```
In[40]:=
```

```
mapa = {p[[1]], p[[2]], q[[1]], q[[2]], s[[1]], s[[2]]}
```

```
Out[40]=
```

```
{ {0, 0, 0, 0, 0, 1}, {1, 0, 0, 0, 0, 0}, {-1, 0, 0, 1, 0, 0},
  {0, 0, 1, 0, 0, 0}, {-1, -1, 0, 0, 0, 2}, {1, -1, 0, 0, 2, 0} }
```

```
In[41]:=
```

mapa.B.Inverse[mapa]

Out[41]=

```
{ {2, 0, 0, 0, 0, 0}, {0, 2, 0, 0, 0, 0}, {0, 0, 3, 0, 0, 0},  
  {0, 0, 0, 3, 0, 0}, {0, 0, 0, 0, 4, 0}, {0, 0, 0, 0, 0, 4} }
```

5.-¿Cuándo entonces es diagonalizable una matriz real de orden $n \times n$?

Si y sólo si tiene n autovalores y la multiplicidad de cada uno de ellos coincide con la dimensión del subespacio vectorial asociado

**Además, como caso particular,
toda matriz real simétrica es diagonalizable**

Created by [Mathematica](#) (January 28, 2004)