

Propiedades elementales

En un espacio vectorial $(E,*)$ sobre un cuerpo (K, \oplus, \otimes) y para cualesquiera que sean los vectores \bar{x}, \bar{y} , y los escalares α, β , se verifica lo siguiente:

a) Por ser $(E,*)$ un grupo abeliano

- 1) El neutro de la ley $*$ al que llamaremos $\bar{0}$ es único.
- 2) El opuesto de un vector \bar{x} , al que llamaremos $(-\bar{x})$ es único.
- 3) La ecuación $\bar{x} * \bar{a} = \bar{b}$ tiene solución única.
- 4) Se puede simplificar, es decir:

$$\text{Si } \bar{a} + \bar{x} = \bar{b} + \bar{x} \text{ entonces } \bar{a} = \bar{b}$$

b) Por existir la ley de composición externa ∇ y siendo $\bar{0}$ neutro de ∇ , 0 neutro de \oplus y 1 neutro de \otimes , $(-\alpha)$ simétrico de α respecto de \oplus y (α^{-1}) el simétrico de α respecto de \otimes

$$1) 0 \nabla \bar{x} = \bar{0}$$

$$2) \alpha \nabla \bar{0} = \bar{0}$$

$$3) \text{Si } \alpha \nabla \bar{x} = \bar{0} \text{ entonces } \alpha = 0 \text{ o bien } -(\alpha \nabla \bar{x}) = \bar{x} = \bar{0}$$

$$4) -(\alpha \nabla \bar{x}) = (-\alpha) \nabla \bar{x} = \alpha \nabla (-\bar{x})$$

$$5) \text{Si } (\alpha \nabla \bar{x}) = (\beta \nabla \bar{x}) \text{ y } \bar{x} \neq \bar{0} \text{ entonces } \alpha = \beta$$

$$6) \text{Si } (\alpha \nabla \bar{x}) = (\alpha \nabla \bar{y}) \text{ y } \alpha \neq 0 \text{ entonces } \bar{x} = \bar{y}$$