FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS — EXAMEN DE PARCIAL DE ESTADÍSTICA

Departamento de Matemáticas — **Primero de Licenciatura en Químicas**

Universidad de Castilla-La Mancha — *26 de enero de 2004*

1. En una fábrica la máquina A produce piezas de buena calidad con una probabilidad de 0,8 y la máquina B con una probabilidad 0,9. Las dos máquinas producen la misma cantidad de piezas.
   (a) Se tomó una pieza al azar y resultó ser defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que fuera producida por la máquina A? (1)
   (b) Se separa una pieza de cada máquina, ¿cuál es la probabilidad de que ambas piezas sean defectuosas? ¿y de que una sea defectuosa y la otra no? (1)
2. Se considera la siguiente función de distribución de una variable aleatoria X:
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ \frac{1}{4}(x-2)^2 & 2 < x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$
   (a) Halla su función de densidad, su media y su varianza. (1)
   (b) Si llamamos A al suceso $A = \{X \geq 2,5\}$ y B al suceso $B = \{1,5 < X < 3,5\}$, calcula $P(B)$ y $P(A/B)$. (1)
3. De una variable aleatoria que sigue una distribución normal se sabe que $P(X > 3) = 0,8413$ y $P(X > 9) = 0,0228$. Calcula la media y la desviación típica de esta distribución normal y $P(X < 6)$. (1.5)
4. Mediante un método espectroscópico de emisión, ICP óptico, para la determinación de cationes, se obtuvieron 12 determinaciones de magnesio con una media aritmética igual a 50,2 ppm y una cuasi desviación típica de 0,36 ppm.
   (a) Determina el intervalo de confianza al 95 % para el contenido medio de magnesio. (1)
   (b) A la vista del intervalo de confianza para la media, ¿cuál es la variable aleatoria que sigue una distribución t_{11}? (0.5)
   (c) Calcula el intervalo al 99 % para la varianza. (0.5)
   (d) De acuerdo con los datos, ¿es aceptable la afirmación según la cual el contenido medio de magnesio es de 51 ppm a un nivel de significación del 0,05? (0.5)
5. Se obtuvieron los siguiente resultados al analizar una serie de soluciones estándar de plata por espectrometría de absorción atómica de llama

Concentración (mg/ml)	0	5	10	15	20	25	30
Absorbancia	0,02	0,127	0,251	0,390	0,498	0,625	0,704

   (a) Determina la recta de regresión de la concentración en función de la absorbancia. (1,5)
   (b) Clacula el coeficiente de correlación, ¿se puede afirmar que las variables tienen una relación lineal? (0,5)

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS — EXAMEN DE PARCIAL DE ESTADÍSTICA

Departamento de Matemáticas — **Primero de Ingeniería Química**

Universidad de Castilla-La Mancha — *21 de diciembre de 2004*

1. En una fábrica la máquina A produce piezas de buena calidad con una probabilidad de 0,8 y la máquina B con una probabilidad 0,9. Las dos máquinas producen la misma cantidad de piezas.
   (a) Se tomó una pieza al azar y resultó ser defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que fuera producida por la máquina A? (1)
   (b) Se separa una pieza de cada máquina, ¿cuál es la probabilidad de que ambas piezas sean defectuosas? ¿y de que una sea defectuosa y la otra no? (1)

2. Sea la variable aleatoria X cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si} x \in [a, b], \\ 0 & \text{en el resto,} \end{cases}$$

   donde a y b son números reales tales que $0 < a < b$.
   (a) Calcula el valor de a y el de b sabiendo que $P(a \leq X \leq 2a) = 3/8$. (1)
   (b) Determina la función de distribución de X. (0,5)
   (c) Si llamamos A al suceso $A = \{\frac{a}{2} \leq X \leq \frac{3a}{2}\}$ y B al suceso $B = \{a \leq X \leq 2a\}$, calcula $P(A/B)$. (1)

3. La duración, en minutos, de un proceso textil sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$. El 60 % de las veces dura más de 40 minutos. El 55 % de ellas dura menos de 50 minutos. Halla μ y σ. (2)

4. Mediante un método espectroscópico de emisión, ICP óptico, para la determinación de cationes, se obtuvieron 12 determinaciones de magnesio con una media aritmética igual a 50,2 ppm y una cuasi desviación típica de 0,36 ppm.
   (a) Determina el intervalo de confianza al 95 % para el contenido medio de magnesio. (1)
   (b) Calcula el intervalo al 95 % para la varianza. (0.5)
   (c) De acuerdo con los datos, ¿es aceptable la afirmación según la cual el contenido medio de magnesio es de 51 ppm a un nivel de significación del 0,05? (0.5)

5. Se obtuvieron los siguiente resultados al analizar una serie de soluciones estándar de plata por espectrometría de absorción atómica de llama

Concentración (mg/ml)	0	5	10	15	20	25	30
Absorbancia	0,02	0,127	0,251	0,390	0,498	0,625	0,704

   (a) Determina la recta de regresión de la concentración en función de la absorbancia. (1)
   (b) Calcula el coeficiente de correlación, ¿se puede afirmar que las variables tienen una relación lineal? (0,5)

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS	EXAMEN DE ESTADÍSTICA
Departamento de Matemáticas	**Primero de Ingeniería Química**
Universidad de Castilla-La Mancha	*13 de septiembre de 2005*

1. En una ciudad se publican dos periódicos, A y B. El 40 % de la población lee A, el 30 % lee B y el 10 % lee los dos. Se pide calcular:
   (a) El porcentaje de personas que leen al menos uno de los dos periódicos. (1)
   (b) El porcentaje que lee sólo A. (0.5)

2. Un autobús pasa por una parada cada 20 minutos. Para un viajero que llega a dicha parada de improviso, la variable aleatoria "tiempo de espera" sigue una función de densidad de la forma

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{20} & \text{si } 0 \leq x \leq 20 \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$

   Se pide hallar:
   (a) La constante k y la función de distribución de dicha variable aleatoria. (1)
   (b) La probabilidad de que espere al autobús menos de 7 minutos. (0.5)
   (c) La esperanza y la varianza de la variable aleatoria. (0.5)
   (d) Si la persona sabe que en los 5 minutos anteriores a su llegada no pasó y decide esperar como mucho 10 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que coja el autobús? (0.5)

3. Un botánico ha observado que la anchura, X, de las hojas del álamo sigue una distribución normal con $\mu = 6$ cm., y que el 90 % de las hojas tiene una anchura inferior a 7,5 cm. Se pide:
   (a) Halla σ y la probabilidad de que una hoja mida más de 8 cm. (1)
   (b) Suponiendo que los álamos cercanos a un río tienen hojas con anchuras superiores a 7 cm, hallar la probabilidad de que las hojas de un álamo cercano a un río midan más de 8 cm. (0.5)

4. Se analizó el contenido en sulfatos (en mg/L) de 20 muestras de una determinada marca de agua mineral con los siguientes resultados: 20, 23, 24, 22, 21, 22, 26, 25, 23, 27, 18, 23, 24, 22, 21, 32, 26, 25, 23, 30. Prueba si es cierta la hipótesis nula (al nivel 0,05) de que estos datos se encuentran normalmente distribuidos con media 25 y desviación típica 2,05. (3)

5. Los contenidos en cloruros del agua mineral de dos marcas distintas siguen distribuciones $N(\mu_1, \sigma)$ y $N(\mu_2, \sigma)$, respectivamente. Se toman muestras de 5 botellas de cada marca, obteniéndose en estas muestras contenidos medios de $\bar{x}$ =10 mg/L, $\bar{y}$ =9,5 mg/L, con cuasidesviaciones típicas de $s_1 = 1,25$ y $s_2 = 1,1$. Se pide calcular:
   (a) El intervalo de confianza para $\mu_1 - \mu_2$, con un nivel de confianza del 95 %. (0,5)
   (b) Al nivel de significación de 0,05, ¿se puede decir que las dos marcas tienen el mismo contenido medio de cloruros? (0,5)
   (c) Si conociésemos $\sigma = 1$, ¿cuántas muestras habría que analizar para estimar μ_1 con un error máximo de $\pm 0,2$ a un nivel de confianza del 95 %? (0,5)

6. Se dispone de de los siguientes datos referentes a las observaciones de dos variables X e Y

X	3	4	5	6	7
Y	0,45	0,30	0,20	0,10	0,06

   (a) Expresa Y en función de X mediante un modelo de la forma $Y = \alpha e^{\beta X}$. (1)
   (b) Halla el coeficiente de correlación e interpreta el resultado. (0.5)
   (c) Estima el valor de Y para $X = 4,5$. (0.5)
   (d) Halla la tabla ANOVA correspondiente y deduce si hay una dependencia lineal entre las variables $\log Y$ y X al nivel 0,05. (1)

Instrucciones: quien se examine de toda la asignatura tiene que hacer todos los ejercicios salvo el 4; quien se examine sólo del segundo parcial tiene que hacer los ejercicios 4, 5 y 6, en ese caso cada apartado del ejercicio 5 valen 1 punto, el 6a) vale 1,5 y el 6b) 1.

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS	EXAMEN DE PARCIAL DE ESTADÍSTICA
Departamento de Matemáticas	**Primero de Ingeniería Química**
Universidad de Castilla-La Mancha	*21 de abril de 2006*

1. Según su procedencia y sexo, los alumnos de un curso se distribuyen según la siguiente tabla:

	Mujer	Hombre	Total
Ciudad Real	27	22	49
Toledo	5	6	11
Albacete	3	4	7
Cuenca	2	0	2
Otros	1	2	3
Total	38	34	72

   Si se elige un alumno al azar, calcula la probabilidad de: a) que sea hombre; b) que sea de Toledo; c) que sea hombre y de Albacete; d) que, sabiendo que es mujer, sea de Cuenca; e) que sea mujer, pero no de Ciudad Real; f) que, sabiendo que es hombre, no sea de las provincias castellanomanchegas de la tabla; g) que, sabiendo que es de Toledo, sea hombre; h) que no sea hombre, ni de Cuenca; i) que sea de ese curso. j) ¿Son independientes los sucesos ser de Ciudad Real y ser mujer? (0.25)

2. La vida útil (medida en años) de un ordenador personal es una variable aleatoria con función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{5} - \dfrac{2}{25}x & \text{si } x \in (0,5), \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$

   Una marca del ordenador ofrece garantía de año y medio, de modo que si falla en ese periodo se lo cambian por otro nuevo al cliente.

   (a) Calcula el valor de k y la probabilidad de que dure más de 4 años. (1)
   (b) Calcula la probabilidad de que se lo tengan que cambiar por otro al cliente. (0.5)
   (c) Si ya duró 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 4 años? (0.5)
   (d) ¿Cuántos años se espera que dure? (0.5)

3. Todos los días se seleccionan, de manera aleatoria, 15 unidades de un proceso de fabricación con el próposito de verificar el porcentaje de unidades defectuosas en la producción. Con base en información pasada, la probabilidad de tener una unidad defectuosa es $p = 0.05$. La gerencia ha decidido detener la producción cada vez que una muestra de 15 unidades tenga dos o más defectuosas.

   (a) Si X es la variable aleatoria "número de unidades defectuosas que se encuentran entre las 15 seleccionadas", ¿qué tipo de distribución de probabilidad sigue X? (0.5)
   (b) ¿Cuál es la probabilidad de que, un día determinado, el proceso se detenga? (0.5)
   (c) ¿Cuál es el valor esperado o medio de unidades defectuosas? ¿y la varianza? (1)
   (d) ¿Sería conveniente aproximarla por otro tipo de distribución? (0.5)

4. Una universidad espera recibir 100 solicitudes de ingreso para el primer curso de una licenciatura. Se supone que las calificaciones obtenidas por los aspirantes en la prueba de selectividad siguen una distribución N(6,1).

   (a) Calcula la probabilidad de que un aspirante tenga una nota mayor que 9,5. (0.5)
   (b) Calcula la probabilidad de que suspenda. (0.5)
   (c) Sabiendo que un estudiante aprobó, calcula la probabilidad de que saque menos de 7. (0.5)
   (d) Si la universidad decide admitir al 75 % de todos los aspirantes que obtengan las calificaciones más altas en la prueba, ¿cuál es la mínima nota que es necesario obtener en esa prueba para ser admitido por la universidad? (1)

1. Una empresa está interesada en que la temperatura media que alcanza cierta máquina utilizada en un proceso de fabricación no sea excesiva. Para la estimación de dicha temperatura media se obtuvieron 10 mediciones (en grados centígrados): 41'60, 41'48, 42'34, 41'95, 41'86, 42'18, 41'72, 42'26, 41'81, 42'04. Suponiendo que la temperatura está normalmente distribuida,
   (a) Calcula el intervalo de confianza al 99 % para la temperatura media, supuesto que $\sigma = 0'30$.
   (b) ¿Qué quiere decir en términos de probabilidades el intervalo de confianza que has calculado en el apartado anterior?
   (c) Determina el intervalo de confianza al 95 % supuesto desconocido el valor de la desviación típica.
   (d) Calcula el intervalo al 95 % para la varianza.
   (e) En el caso $\sigma = 0'30$, ¿se puede afirmar que $\mu = 42$ con un nivel de significación del 0.01?
   (f) En el caso de desviación típica desconocida, suponiendo que es necesario apagarla en caso de tener una temperatura media mayor que 42, ¿se puede afirmar con un nivel de significación de 0.05 que es necesario apagarla?
   (g) Deduce el tamaño muestral necesario para conseguir un intervalo de confianza al 95 % con un error en la estimación de la media menor o igual que 0'05.
   (h) Se midieron las temperaturas de 30 máquinas distintas de manera que 10 de ellas tenían temperatura superior a 42, ¿se puede afirmar con un nivel de significación 0.1 que 1/3 de las máquinas tiene temperatura superior a 42?

2. Se obtienen 5 pares de observaciones de las características X e Y.

X	0	1	2	3	4
Y	2	7	9	10	12

   (a) Calcula la recta de regresión lineal que se ajusta a estos datos.
   (b) Calculando el coeficiente de correlación, ¿qué se puede decir sobre el ajuste lineal del apartado anterior?
   (c) Realiza un análisis de la varianza para decidir con un nivel de significación de 0.1 si se ajustan los datos a una recta.
   (d) Ajusta los datos a un modelo de la forma $Y = a + b\sqrt{X}$.
   (e) Calcula el coeficiente de correlación para este tipo de ajuste y comenta si es bueno o no.
   (f) Realiza un análisis de la varianza para decidir con un nivel de significación de 0.1 si se ajustan los datos a ese modelo.
   (g) Estima el valor de Y para $X = 2,5$ con los dos modelos.

1. En una universidad el 45 % de los estudiantes son de derecho, el 20 % de ciencias y el 35 % de letras. Se sabe que finalizan los estudios el 80 % de los de derecho, el 70 % de los de ciencias y el 90 % de los de letras. Elegido un alumno al azar, se pide calcular la probabilidad de que: a) sea de derecho o de ciencias; b) sea de letras y no termine los estudios; c) sabiendo que es de ciencias, que no termine los estudios; d) sabiendo que no es de letras, que no termine los estudios; e) que no sea de ciencias, ni finalice sus estudios; f) el alumno finalice sus estudios; g) ¿son independientes los sucesos estudiar derecho y finalizar los estudios? h) sabiendo que el alumno elegido ha terminado sus estudios, ¿cuál es la probabilidad de que sea de derecho? ¿cuál es la probabilidad de que sea de ciencias? ¿cuál es la probabilidad de que sea de letras?

2. La función de probabilidad de la variable aleatoria discreta X=”edad de los niños que asisten a una ludoteca infantil” viene dada por:

x_i	3	4	5	6	7
$p_i = P(X = x_i)$	0.1	0.2	p	0.25	0.3

   (a) Calcula el valor de p para que la tabla anterior describa una función de probabilidad.
   (b) Calcula y representa la función de distribución.
   (c) Calcula la esperanza y la varianza de la variable aleatoria X.
   (d) Eligiendo un niño al azar, calcula la probabilidad de que tenga más de 5 años, la de que tenga menos de 3, la de que tenga 3 o menos y la de que tenga 3 o más y menos de 5 sabiendo que tiene menos de 7.

3. Para comprobar la calidad de una máquina que produce láminas de madera se ha estudiado el espesor de las láminas que produce, llegándose a la conclusión de que la variable aleatoria X = ’espesor (en mm) de una lámina elegida al azar’ sigue una distribución $N(10; 1)$.

   (a) Calcula la probabilidad de que una lámina mida más de 11 mm.
   (b) Calcula la probabilidad de que mida menos de 7 mm.
   (c) Sabiendo que mide más de 7 mm, calcula la probabilidad de que mida menos de 11 mm.
   (d) Si se necesita al menos el 80 % de la producción, es decir, se van a tomar por buenas esa cantidad, ¿cuál es el espesor mínimo que se va a aceptar?

4. Con objeto de controlar la producción de una máquina que produce láminas de madera, se eligen 100 láminas al azar y se mide el espesor de cada una. Los resultados muestrales fueron un espesor medio ($\overline{x}$) de 10.9 mm. con una cuasi-desviación típica (s) de 1.05 mm. La máquina se considera aceptable si el espesor medio de las láminas que produce es mayor de 10 mm. Suponiendo que la variable aleatoria X = ’espesor de una lámina elegida al azar’ sigue una distribución $N(\mu; \sigma)$.

   (a) Calcula el intervalo de confianza al 95 % para el espesor medio, supuesto que $\sigma = 1$ mm.
   (b) ¿Qué quiere decir en términos de probabilidades el intervalo de confianza que has calculado en el apartado anterior?
   (c) Determina el intervalo de confianza al 95 % supuesto desconocido el valor de la desviación típica.
   (d) Calcula el intervalo al 95 % para la varianza.
   (e) En el caso $\sigma = 1$, ¿se puede afirmar que $\mu = 11$ con un nivel de significación del 0.01?
   (f) ¿Hay suficiente evidencia estadística para afirmar que la máquina es aceptable a un nivel de significación 0.01?
   (g) Suponiendo σ conocida e igual a 1 mm. ¿cuántas láminas habría que medir para estimar μ con error máximo de 0.1 mm. y una confianza del 99%?

5. El gasto semanal de un estudiante, en euros, durante 20 días fue: 65 25 71 24 62 35 38 42 30 58 60 61 66 28 50 67 72 60 70 36. Prueba si es cierta la hipótesis nula (al nivel 0,05) de que estos datos se encuentran normalmente distribuidos con media 50 y desviación típica 10.

6. Se obtienen 5 pares de observaciones de las características X e Y: (0,2),(1,2),(2,3),(3,5),(4,8).

   (a) Calcula la recta de regresión lineal que se ajusta a estos datos y el coeficiente de correlación, ¿qué se puede decir sobre este ajuste lineal? Realiza un análisis de la varianza para decidir con un nivel de significación de 0.1 si se ajustan los datos a una recta.
   (b) Ajusta los datos a un modelo de la forma $Y = a + bX^3$, calcula el coeficiente de correlación para este tipo de ajuste, comenta si es bueno o no y realiza un análisis de la varianza para decidir con un nivel de significación de 0.1 si se ajustan los datos a ese modelo.
   (c) Estima el valor de Y para $X = 2,5$ con los dos modelos.

Instrucciones: primer parcial:1, 2 y 3; segundo parcial: 4, 5 y 6; examen global: 1, 2, 3, 4 y 6.

1. En un examen de Estadística se presentaron el 60 % de los estudiantes matriculados, aprobaron el 75 % de los que se presentaron y, de los que aprobaron, un 15 % sacó sobresaliente, un 30 % notable y un 55 % aprobado. Elegido un alumno al azar, se pide calcular la probabilidad de que: a) haya sacado sobresaliente; b) haya aprobado; c) sabiendo que aprobó, saque notable; d) sabiendo que se presentó, apruebe; e) si había 80 matriculados en la asignatura, ¿cuántos se presentaron? ¿cuántos aprobaron? ¿cuántos sacaron sobresaliente? ¿cuántos notable? ¿cuántos aprobado? ¿cuántos suspendieron?

2. La función de probabilidad de la variable aleatoria X='número de alumnos que acuden a tutorías de consulta la semana del examen' es la siguiente

x_i	3	4	5	6	7
$p_i = P(X = x_i)$	0.1	0.2	p	0.25	q

   (a) Si se sabe que la esperanza de la variable aleatoria X es $E(X) = 5,45$, calcula el valor de las probabilidades $P(X = 5) = p$ y $P(X = 7) = q$ para que la tabla anterior describa una función de probabilidad.

   (b) Representa la función de probabilidad correspondiente y calcula la función de distribución.

   (c) Calcula la varianza de la variable aleatoria X.

   (d) Calcula las siguientes probabilidades: $P(X > 5)$, $P(X < 3)$, $P(X \leq 3)$, $P(3 \leq X < 5/X < 7)$.

   (e) Sabiendo que vinieron menos de 5, ¿cuál es la probabilidad de que vinieran 3?

3. Para comprobar la calidad de una máquina que produce láminas de madera se ha estudiado el espesor de las láminas que produce, llegándose a la conclusión de que la variable aleatoria X = 'espesor (en mm) de una lámina elegida al azar' sigue una distribución $N(10; 1)$.

   (a) Calcula la probabilidad de que una lámina mida más de 11 mm.

   (b) Calcula la probabilidad de que mida menos de 7 mm.

   (c) Sabiendo que mide más de 7 mm, calcula la probabilidad de que mida menos de 11 mm.

   (d) Si se necesita al menos el 80 % de la producción, es decir, se van a tomar por buenas esa cantidad, ¿cuál es el espesor mínimo que se va a aceptar?

1. La probabilidad de que nieve en cierta zona es de 0,2, la probabilidad de que ocurra un accidente de tráfico en esa zona es 0,1 y la probabilidad condicional de que ocurra un accidente de tráfico cuando nieva es 0,4. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:
   (a) Nieva y ocurre accidente de tráfico.
   (b) Ocurre un accidente de tráfico o nieva.
   (c) No ocurre accidente de tráfico, ni nieva.
   (d) Dado que ocurri un accidente de tráfico, nevase en ese momento.
   (e) ¿Son los sucesos 'nevar' y 'ocurrir accidente de tráfico' dependientes o independientes?

2. El nivel máximo de arsénico para que un agua sea potable es de 0.05 mg/l. En determinada zona la probabilidad de encontrar agua contaminada por arsénico es de 0,6. Si tomamos 20 muestras de distintas aguas de la zona, ¿qué tipo de distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria X ='número de muestras no potables por arsénico'? ¿cuál es el número esperado de muestras no potables? Calcula la varianza de X y la probabilidad de que a) todas las muestras sean potables, b) tres muestras sean potables, c) al menos dos muestras no sean potables.

3. Para comprobar la calidad de una máquina que produce bolas de acero se ha estudiado el diámetro de las bolas que produce, llegándose a la conclusión de que la variable aleatoria $X =$ 'diámetro (en mm) de una bola elegida al azar' sigue una distribución $N(10; 1)$.
   (a) Calcula la probabilidad de que una bola tenga un diámetro mayor de 9 mm.
   (b) Calcula la probabilidad de que mida menos de 11 mm.
   (c) Calcula la probabilidad de que mida entre 7 y 9 mm.
   (d) Sabiendo que mide más de 7 mm, calcula la probabilidad de que mida menos de 11 mm.
   (e) Si se necesita al menos el 80 % de la producción, es decir, se van a tomar por buenas esa cantidad, ¿cuál es el diámetro mínimo que se va a aceptar?

4. Sea la variable aleatoria X cuya función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$

   Se supone que a y b son números tales que $0 < a < b$.
   (a) Calcula el valor de a y de b sabiendo que $P(a \leq X \leq 2a) = 0.38$.
   (b) Determina la función de distribución de X.
   (c) Calcula la esperanza y la varianza de X.
   (d) Calcula la probabilidad condicionada $P(T/Q)$ siendo T y Q los sucesos $T = \left\{ \frac{a}{2} \leq X \leq \frac{3a}{2} \right\}$ y $Q = \{a \leq X \leq 2a\}$.

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS	SEGUNDO PARCIAL DE ESTADÍSTICA
Departamento de Matemáticas	**Primero de Ingeniería Química**
Universidad de Castilla-La Mancha	*16 de mayo de 2008*

1. Los siguientes datos son los pesos, en gramos, de 10 perdices que se seleccionaron en una zona de caza del norte de la comunidad con el propósito de verificar el peso medio: 206, 208, 199, 203, 205, 210, 197, 212, 214, 193. Si el peso de cada perdiz es una variable aleatoria normal con desviación típica 3 gr., se pide

   (a) Obtener los intervalos de confianza al 95 y 99 % para la media del peso de las perdices.

   (b) Determinar el tamaño muestral n necesario para que la longitud del intervalo, con $\alpha = 0,05$, sea menor o igual que una unidad.

   (c) Obtener los intervalos de confianza al 95 y 99 % para la media del peso de las perdices suponiendo que σ fuese desconocida. En este caso calcular el intervalo de confianza al 95 % para la varianza.

2. Se pesaron 8 perdices en otra zona de caza en el sur de la comunidad con los siguientes resultados: 206, 208, 210, 203, 205, 215, 200, 220. Si el peso de cada perdiz en la zona norte es una variable aleatoria normal con desviación típica 3 gr. y el peso de cada perdiz en la zona sur es una variable aleatoria normal con desviación típica 2 gr.

   (a) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,05 que el peso medio en la zona norte es de 200 gr.?

   (b) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,05 que el peso medio en la zona sur es mayor de 200 gr.?

   (c) ¿Se puede afirmar al nivel 0,05 que el peso medio en la zona sur es superior al peso medio en la zona norte?

3. Se han recogido los precios unitarios en euros de un cierto material en 300 establecimientos, dando lugar a la siguiente tabla

Precio unitario	500 o menos	500-510	510-520	520-530	530-540	540-550	más de 550
Número de establecimientos	12	35	62	80	67	30	14

   Contrastar, utilizando el contraste χ^2, si el precio sigue una distribución normal de media 525 y desviación típica 15.

4. Los siguientes datos corresponden a la evolución del peso celular (en mgr./ml.) y la cantidad de nitrato en un cultivo de algas durante 3 días (mediciones cada 24 horas).

Tiempo (T)	Peso (X)	Nitrato (Y)
0 días	0,07	12,5
1 día	0,19	10,4
2 días	0,52	7,8
3 días	1,07	4,5

   (a) Ajusta los datos peso (X) y cantidad de nitrato (Y) a una recta, calcula e interpreta el coeficiente de correlación y mediante un test ANOVA deduce si hay dependencia lineal entre dichas variables (con un nivel de significación 0,05).

   (b) Ajusta los datos tiempo (T) y peso (X) a una exponencial, calcula e interpreta el coeficiente de correlación y mediante un test ANOVA deduce si hay dependencia lineal entre las variables log(X) y T (con un nivel de significación 0,05).

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS
Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha

EXAMEN DE ESTADÍSTICA
Primero de Ingeniería Química
9 de junio de 2008

PRIMER PARCIAL

1. Una población está formada por tres grupos étnicos: A (30%) , B (10%) y C(60%). Los porcentajes del carácter "ojos claros" son, respectivamente, 20%, 40% y 5%. Calcula:
   (a) Probabilidad de que un individuo elegido al azar sea del grupo A o del grupo C.
   (b) Probabilidad de que un individuo elegido al azar sea del grupo B y tenga los ojos claros.
   (c) Probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga ojos claros.
   (d) Probabilidad de que un individuo de ojos oscuros sea de A.
   (e) Si un individuo elegido al azar tiene los ojos claros, ¿a qué grupo es más probable que pertenezca?

2. El tiempo de vida (en años) de cierta especie es una variable aleatoria T con función de densidad:
$$f(t) = \begin{cases} k(1-t)^2t^2 & \text{si } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$
   (a) Halla el valor de k.
   (b) Halla la esperanza de vida.
   (c) Calcula la probabilidad de que un ejemplar de esta especie viva menos de 9 meses.
   (d) Sabiendo que un ejemplar tiene en la actualidad 3 meses, ¿cuál es la probabilidad de que viva 5 meses más?

3. La probabilidad de que un individuo tenga una reacción alérgica al inyectarle un suero es 0,001. Halla la probabilidad de que, entre 2.000 individuos, tengan reacción alérgica a) exactamente tres, b) más de dos.

4. La anchura en milímetros de una población de insectos sigue una distribución N(μ, 2.89). Se estima que el 77% de la población mide menos de 12 mm.
   (a) Calcula el valor de la anchura media de la población, μ.
   (b) Calcula la probabilidad de que la anchura sea superior a 9 mm.

SEGUNDO PARCIAL

1. Se realizaron 5 determinaciones de la concentración de cromo en sangre de un individuo con los siguientes resultados: 15, 17, 23, 16, 20. Si la concentración de cromo es una variable aleatoria normal, se pide
   (a) Obtener el intervalo de confianza al 99 % para la media de la concentración de cromo.
   (b) En términos de probabilidad, ¿qué significado tiene dicho intervalo de confianza?
   (c) Calcular el intervalo de confianza al 95 % para la varianza.
   (d) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,05 que la concentración media es de 19?
   (e) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,05 que la concentración media es menor de 19?

2. Se realizaron el mismo tipo de medidas para otro individuo, obteniéndose los siguientes resultados: 30, 23, 25, 20, 27.
   (a) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,01 que la concentración de cromo es mayor de 25?
   (b) ¿Se puede afirmar al nivel 0,05 que el contenido de cromo en sangre es superior en el individuo de este apartado al del apartado anterior?

3. Se ha examinado una serie de soluciones estándar de fluorescencia en un fluorímetro, obteniéndose las siguientes intensidades de fluorescencia

Intensidad de fluorescencia	2,1	4,5	9,0	11,5	16,0	20,3
Concentración	0	2	4	6	8	10

   Ajusta los datos concentración (X) e intensidad de fluorescencia (Y) a una recta, calcula e interpreta el coeficiente de correlación y mediante un test ANOVA deduce si hay dependencia lineal entre dichas variables (con un nivel de significación 0,05).

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS
 Departamento de Matemáticas
 Universidad de Castilla-La Mancha

EXAMEN DE ESTADÍSTICA
 Primero de Ingeniería Química
 14 de julio de 2008

PRIMER PARCIAL

1. En una universidad el 4 % de los chicos y el 1 % de las chicas tienen una altura superior a 180 cm. El 60 % de los estudiantes son chicas.
   (a) ¿Qué porcentaje de entre todos los estudiantes son chicas que miden más de 180 cm?
   (b) Si se toma un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que mida menos de 180 cm?
   (c) ¿Qué porcentaje de universitarios mide más de 180 cm?
   (d) Se toma un estudiante al azar y se comprueba que mide más de 180 cm, halla la probabilidad de que tal estudiante sea chico.

2. Sea X la variable aleatoria 'ventas diarias de un determinado producto'. Su función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^{k+1}} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en el resto,} \end{cases}$$

   donde se supone que $k > 1$.
   (a) Demuestra que f es una función de densidad.
   (b) Para el caso $k = 50$ halla la esperanza de ventas diarias del producto.
   (c) Calcula las siguientes probabilidades: a) de que se vendan menos de 5 productos; b) de que se vendan entre 10 y 60; c) de que se venda menos de 1.

3. La probabilidad de que un español viese el partido España-Italia de la Eurocopa 2008 es de 1/4. Halla la probabilidad de que entre 100 españoles, hayan visto el partido a) exactamente tres, b) más de dos. ¿Cuál es el número esperado que hayan visto el partido?

4. El nivel de concentración de un contaminante en el aire sigue una distribución N(5, 0.5). Calcula la probabilidad de que la concentración de dicho contaminante sea a) mayor que 6; b) mayor que 3,5; c) menor que 2; d) menor que 7; e) esté entre 2 y 3,5; f) esté entre 3 y 6.

SEGUNDO PARCIAL

1. Un metalúrgico ha hecho 4 determinaciones del punto de fusión del manganeso, obteniendo los siguientes resultados: 1269, 1271, 1263 y 1265 grados C. Si el punto de fusión es una variable aleatoria normal, se pide
   (a) Obtener el intervalo de confianza al 99 % para la media del punto de fusión.
   (b) En términos de probabilidad, ¿qué significado tiene dicho intervalo de confianza?
   (c) Calcular el intervalo de confianza al 95 % para la varianza.
   (d) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,05 que el punto de fusión medio es de 1264^o C?
   (e) ¿Se puede afirmar al nivel de significación 0,05 que el punto de fusión medio es menor de 1265^o C?

2. Se ha medido el nivel de polen de olivo en una determinada zona durante cinco semanas, obteniéndose las siguientes medidas

Semana (t)	1	2	3	4	5
Concentración (granos/m^3)(y)	100	150	220	180	70

   (a) Ajusta los datos concentración (y) y tiempo (t), medido en semanas, a una recta, calcula e interpreta el coeficiente de correlación y mediante un test ANOVA deduce si hay dependencia lineal entre dichas variables (con un nivel de significación 0,05).
   (b) Ajusta los datos a una parábola de la forma $at^2 + bt$.

Examen parcial de Estadística
Primero de Ingeniería Química
27 de Marzo de 2009

Facultad de Ciencias Químicas
Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha

1. Un prueba para verificar que se padece la enfermedad de Alzheimer es efectiva (da un resultado positivo) en un 95% cuando la enfermedad se padece, pero también da un resultado positivo del 10% cuando no se padece. Supongamos que el 4% de la población mayor de 65 años padecen la enfermedad de Alzheimer.
   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona mayor de 65 años elegida al azar dé positivo en la prueba?
   (b) Supongamos que a una persona mayor de 65 años le da positivo la prueba. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona padezca la enfermedad?
   (c) Supongamos que a una persona mayor de 65 años le da negativa la prueba. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona padezca la enfermedad?

2. El tiempo de vida X (en días) de una bacteria tiene por función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{k}e^{-\frac{x}{k}} & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$

   donde k es una constante positiva. La duración media de las bacterias es de 5 días.
   (a) Calcula el valor de k.
   (b) Sabiendo que una bacteria vivió más de 5 días, calcula la probabilidad de que viva menos de 10 días.

3. En una gran ciudad, el 60% de la población fuma y el 4% fuma y padece bronquitis crónica.
   (a) Elegimos al azar 120 personas de la ciudad. Hallar la probabilidad de que más de 80 de ellas sean fumadores.
   (b) Elegimos al azar 200 individuos de esta gran ciudad. Hallar la probabilidad de que no haya más de uno que sea fumador y padezca bronquitis crónica.

4. Un zoólogo estudia una cierta especie de ratones de campo. Ha observado que la longitud de los ratones sigue una distribución normal con $\mu = 7$ cm. y que el 90% de los ratones miden menos de 9 cm.
   (a) Hallar σ.
   (b) Hallar la probabilidad de que un ratón mida más de 6 cm.

Facultad de Ciencias Químicas
Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha

1. Los contenidos en cloruros del agua mineral de dos marcas distintas siguen distribuciones $N(\mu_1, \sigma)$ y $N(\mu_2, \sigma)$, respectivamente. Se toman muestras de 5 botellas de cada marca, obteniéndose en estas muestras contenidos medios de $\overline{x} = 10mg/L$, $\overline{y} = 9,5mg/L$, con cuasidesviaciones típicas de $s_1 = 1,25$ y $s_2 = 1,1$. Se pide calcular:
   (a) El intervalo de confianza para $\mu_1 - \mu_2$, con un nivel de cofianza del 95%.
   (b) Al nivel de signficación de 0,05, ¿se puede decir que las dos marcas tienen el mismo contenido medio de cloruros?
   (c) Si conociésemos $\sigma = 1$, ¿cuántas muestras habría que analizar para estimar μ_1 con un error máximo de $\pm 0,2$ a un nivel de cofianza del 95% ?

2. Con objeto de estudiar si las pulsaciones en los hombres pueden considerarse menores que en las mujeres, se tomaron muestras de 16 hombres y 16 mujeres, obteniéndose los siguientes datos:

Hombres (X):	74	77	71	76	79	74	83	79	83	72	79	77	81	79	84	80
Mujeres (Y):	81	84	80	73	78	80	82	84	80	84	75	82	79	82	79	85

   Considerando normalidad,
   (a) ¿Resulta aceptable, al nivel de significación 0,10, que $\sigma_1 = \sigma_2$?
   (b) ¿Podemos concluir, al nivel de significación 0,05, que el número de pulsaciones es menor en los hombres que en las mujeres?

3. Un laboratorio cultiva virus (para la fabricación de una vacuna) que guarda en un medio líquido. De 78 muestras de 1 cm^3 se han obtenido los siguientes resultados:

Número de virus:	0	1	2	3	4
Frecuencia:	45	24	7	1	1

   Si los virus se distribuyen al azar, independientemente unos de otros, parece razonable pensar que la variable aleatoria X=“Número de virus por cm^3” sigue una distribución de Poisson. Contrastar dicha hipótesis mediante los datos obtenidos, al nivel de significación 0,01.

4. Se supone que el aumento de peso de los embriones de pollo es una función exponencial del número del días, X. En un experimento se obtuvieron los pesos (en mg.), Y, de un embrión desde el sexto hasta el decimoquinto día de su nacimiento

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y	29	52	79	125	181	261	425	738	1130	1882

   (a) Ajustar un modelo de regresión exponencial a los datos.
   (b) Calcular el coeficiente de correlación e interpretar el resultado.
   (c) ¿Hay suficiente evidencia estadística (al nivel de significación 0,05) para afirmar que el ajuste exponencial es adecuado en este caso?

Examen final de Estadística
Primero de Ingeniería Química
9 de Junio de 2009

Facultad de Ciencias Químicas
Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha

Parte I

1. * Una fábrica compra microcircuitos a dos empresas A y B. El 60% de la compra lo realiza a la fábrica A, cuyo porcentaje de defectuosos es del 5%, y el resto de la compra lo realiza a la fábrica B, con porcentaje de defectuosos del 8%.

   (a) Si en la fabricación de un aparato se utilizan 5 microcircuitos, ¿cuál es la probabilidad de que no falle ninguno?

   (b) Si los microcircuitos vienen en cajas de 20 unidades y en una caja son todos correctos, ¿cuál es la probabilidad de que la caja sea de la empresa A?

2. En el año 1997 se constató que el 52% de los afectados con la enfermedad de SIDA eran toxicómanos. Si el tiempo de supervivencia a esta enfermedad desde el momento del diagnóstico (medido en años), para el grupo de toxicómanos, es una variable aleatoria continua, con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}, & \text{si } x > 0, \\ 0, & \text{si } x \leqslant 0. \end{cases}$$

   (a) Calcular la esperanza de vida de un toxicómano al que se le haya diagnosticado SIDA.

   (b) ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente con SIDA sea toxicómano y sobreviva al menos 3 años?

3. * La función de masa ó de probabilidad de la variable aleatoria X ="número de niños en familias de 4 hijos" es la siguiente:

x_i	0	1	2	3	4
$p_i = P(X = x_i)$	p	4/16	6/16	q	1/16

   (a) Si se sabe que la esperanza de la variable aleatoria X es $E[X] = 2$, calcula el valor de las probabilidades $P(X = 0) = p$ y $P(X = 3) = q$ para que la tabla anterior describa una función de probabilidad.

   (b) Representa la función de probabilidad obtenida y calcula y representa la función de distribución correspondiente.

   (c) Sabiendo que en una familia de 4 hijos hay menos de 3 niños, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente tengan 1 niño ó ninguno?

4. * Una universidad espera recibir 100 solicitudes de ingreso para el primer curso de una licenciatura. Se supone que las calificaciones obtenidas por los aspirantes en la prueba de selectividad siguen una distribución N(6,1).

   (a) Calcula la probabilidad de que un aspirante suspenda.

   (b) Si la universidad decide admitir al 75% de todos los aspirantes que obtengan las calificaciones más altas en la prueba, ¿cuál es la mínima nota que es necesario obtener en esa prueba para ser admitido por la universidad?

Parte II

5. * Una empresa está interesada en que la temperatura media que alcanza cierta máquina utilizada en un proceso de fabricación no sea excesiva. Para la estimación de dicha temperatura media se obtuvieron 10 mediciones (en grados centígrados): 41.60, 41.48, 42.34, 41.95, 41.86, 42.18, 41.72, 42.26, 41.81, 42.04. Suponiendo que la temperatura está normalmente distribuida,

   (a) * Calcula el intervalo de confianza al 99% para la temperatura media, supuesto que $\sigma = 0.30$.

   (b) * ¿Qué quiere decir en términos de probabilidades el intervalo de confianza que has calculado en el apartado anterior?

   (c) Determina el intervalo de confianza al 95% supuesto desconocido el valor de la desviación típica.

   (d) Calcula el intervalo al 95% para la varianza.

   (e) En el caso $\sigma = 0.30$, ¿se puede afirmar que $\mu = 42$ con un nivel de significación del 0.01?

   (f) * En el caso de desviación típica desconocida, suponiendo que es necesario apagar la máquina en caso de tener una temperatura media mayor que 42, ¿se puede afirmar con un nivel de significación de 0.05 que es necesario apagarla?

   (g) * Deduce el tamaño muestral necesario para conseguir un intervalo de confianza al 95% con un error en la estimación de la media menor o igual que 0.05.

   (h) Se midieron las temperaturas de 30 máquinas distintas de manera que 10 de ellas tenían temperatura superior a 42, ¿se puede afirmar con un nivel de significacióon 0.1 que 1/3 de las máquinas tiene temperatura superior a 42?

6. * Cien talos de la planta acuática *Lemna minor* se colocaron en un tanque que contenía una solución nutritiva mineral adecuada. Cada día se anotó el número de talos existentes en el tanque. *Lemna minor* se reproduce vegetativamente formando pequeños talos que pronto se separan e independizan dando lugar, a su vez, a la formación de pequeños talos. Esta forma de reproducción es análoga a la fisión dicotómica de los organismos unicelulares. En ausencia de factores limitantes, este crecimiento puede describirse por una función exponencial del tipo

$$N_x = N_0 e^{\beta_1 x}$$

donde N_x es el número de talos en el tiempo x, N_0 es el número inicial para $x = 0$ y β_1 es la tasa de crecimiento.
Esta función puede transformarse en lineal mediante aplicación de logaritmos neperianos

$$log N_x = log N_0 + \beta_1 x$$

que (si $log N_x = Y$ y $log N_0 = \beta_0$) queda en la forma

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

En el experimento descrito se obtuvieron los siguientes valores:

Tiempo en días (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de talos (N_x)	100	125	169	246	336	436	586	867	1090
$log N_x = y$	4.61	4.83	5.13	5.51	5.82	6.08	6.37	6.77	6.99

Con estos datos se han calculado las siguientes cantidades: $\Sigma x_i = 36$, $\Sigma x_i^2 = 204$, $\Sigma y_i = 52.11$, $\Sigma y_i^2 = 307.37$ y $\Sigma x_i y_i = 226.83$.

   (a) Obtener las estimaciones de β_0 y β_1.

   (b) Obtener la ecuación de predicción $N_x = N_0 e^{\beta_1 x}$.

   (c) Contrastar la hipótesis $\beta_1 = 0$ al nivel $\alpha = 0.05$.

Examen final de Estadística
Primero de Ingeniería Química
13 de Julio de 2009

Facultad de Ciencias Químicas
Departamento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha

Parte I

1. Supongamos que en una residencia universitaria americana:
   - el 40% de los estudiantes es de primer año, de los cuales el 15% reside en Nueva York,
   - el 25% de los estudiantes es de segundo año, de los cuales el 40% reside en Nueva York,
   - el 20% de los estudiantes es de tercer año, de los cuales el 25% reside en Nueva York,
   - el 15% de los estudiantes es de cuarto año, de los cuales el 20% reside en Nueva York,

   Se selecciona un estudiante aleatoriamente de la residencia.

   (a) Encuentra la probabilidad de que el estudiante resida en Nueva York.

   (b) Si el estudiante es residente en Nueva York, encuentra la probabilidad de que el estudiante curse:

      i. el primer año,

      ii. el segundo año.

2. Una caja contiene 8 bombillas, de las cuales 3 están defectuosas. Se selecciona una bombilla de la caja y se prueba. Si ésta sale defectuosa se selecciona y se prueba otra bombilla, hasta que se escoja una bombilla no defectuosa. Encuentra el número esperado E de bombillas seleccionadas.

3. Entre 10000 dígitos aleatorios, encuentra la probabilidad P de que aparezca el número 3:

   (a) entre 975 y 1025 veces,

   (b) máximo 950 veces.

Parte II

4. En un hipermercado, se seleccionan al azar 61 hombres que entran a comprar, resultando que el tiempo medio que emplean en la compra es de 33 minutos con una cuasi-varianza de 126. Por otra parte, se seleccionan 41 mujeres, resultando que el tiempo medio que emplean es de 30 minutos con una cuasi-varianza de 120. Admitiremos normalidad e igualdad de varianzas para las variables aleatorias X="Tiempo que emplea un hombre en la compra" e Y="Tiempo que emplea una mujer en la compra".

   (a) Hallar un intervalo de confianza para el tiempo medio que emplea un hombre en la compra (al nivel de confianza 0,90).

   (b) ¿Se puede considerar probado, al nivel de confianza 0,90, que el tiempo medio empleado por un hombre es superior al tiempo medio empleado por una mujer en la compra?

5. En un estudio acerca del efecto de la tasa agua/cemento sobre la resistencia del material resultante al cabo de 28 días, se obtuvieron los siguientes datos:

X=Tasa agua/cemento	1,21	1,29	1,37	1,46	1,62	1,79
Y=Resistencia	1,302	1,231	1,061	1,040	0,803	0,711

   (a) Ajustar un modelo de regresión lineal simple para explicar la resistencia en función de la tasa agua/cemento.

   (b) ¿Hay suficiente evidencia estadística (al nivel 0,05) para afirmar que X influye negativamente sobre Y?